The Algebra of Omar Khayyam

Algebra of Ommar Khayyam.

بسم الله الرحمن الرحيم

الحمد لله رب العالمين والعاقبة للمتقين ولا عدوان
الا على الظلمين والصلوة على الانبياء وخصوصًا
على محمد وآله الطاهرين اجمعين ان احد المعاني
التعليمية المحتاج اليها في جزء الحكمية المعروف
بالرياضي هو صناعة الجبر والمقابلة الموضوعة
لاستخراج المجهولات العددية والمساحية وان
فيها اضافا يحتاج فيها الى اضاف من المقدمات
معتاصة جدا فتعذر حلها على اكثر الناظرين فيها
اما المتقدمون فلم يصل الينا منهم كلام فيها العلم
لم يتفطنوا لها لبعد الطلب والنظر او لم يضطر البحث

اياهم

8822

اياهم الى النظر فيها او لم ينقل الى لساننا كلامهم
فيها واما المتاخرون فقد عن للماهانى منهم تحليل
المقدمة التى استعملها ارشميدس مسلمة فى
الشكل الرابع من المقالة الثانية من كتابه فى الكرة
والاسطوانة بالجبر فتادى الى كعاب واموال واعداد
متعادلة فلم يتفق له حلها بعد ان افكر فيها مليا
فجزم القضاء بانه ممتنع حتى نبغ ابو جعفر الخازن وحلها
بالقطوع المخروطية ثم افتقر بعده جماعة من
المهندسين الى عدة اصناف منها فحل بعضهم
البعض وليس لواحد منهم فى تعديد اصنافها
وتحصيل انواع كل صنف منها والبرهان عليها كلام
يعتد به الا فى صنفين ساذكرهما وانى لم ازل كنت
شديد الحرص على تحقيق جميع اصنافها وتميز الممكن
من الممتنع فى انواع كل صنف ببراهين لمعرفتى بان

الحاجة اليها في مشكلات المسائل ماسة جدا ولم

اتمكن من التجرد لتحصيل هذا الجبر والمواظبة على الفكر

في الاعتراض ما كان يعوقيني عنه من صروف الزمان

فانا قد مينا بانقراض اهل العلم الا عصابة قليلي

العدد كثيري المحن فهمهم افتراض غفلات الزمان

ليتفرغوا في اثنائها الى تحقيق واتقان علم واكثر

المتشبهين بالحكما في زماننا هذا يلبسون الحق

بالباطل ولا يتجاوزون حد الله التدليس والترائي

بالمعرفة ولا ينفقون القدر الذي يعرفونه من

العلوم الا في الاغراض بدينة خسيسة وان شاهدوا

انسانا معنيا بطلب الحق وايثار الصدق مجتهدا

في رفض الباطل والزور وترك المرايات والخداع استخفوه

وسخروا منه والله المستعان على كل حال واليه المفزع

ولما من الله تعالى علي بالانقطاع الى جناب سيدنا الاجل

الاوحد

الاوحد قاضي القضاة الامام السيد ابي طاهر دام الله

علاؤه وكبت حسدته واعداءه بعد الياس من

مشاهدة كامل مثله في كل فضيلة عملية و

نظرية وجمع بين النفاذ في العلوم والتثبت

في الاعمال وطلب الخير لكل واحد من ذوي جنسه

فانشرح بمشاهدته صدري وارتفاع بمصاحبته

ذكري وعظم بالاقتباس من انواره امري واشتد

بالآيه ونعمه اذري فلم اجد بدا من ان انحو

نحو تلافي ما فوتتنيه ريب الزمان من تلخيص ما

انحققه من لباب المعاني الحكمية تقربا الى

مجلسه الرفيع وابتدأت بتعديد هذا الاصناف

من المقدمات الجبرية اذ الرياضيات اولى بالتقديم

واعتصمت بحبل التوفيق من الله تعالى

راجيا منه ان يوفقني لاتباع هذا تحقيق ما انتهى

اليه بحثي وبحث من تقدمني من العلوم التي هي
اهم من غيرها متمسكا بالعروة الوثقى من عصمته انه
ولي الاجابة وعليه التكلان في كل حال
اقول بعون الله وحسن توفيقه ان صناعة الجبر و
المقابلة صناعة علمية موضوعها العدد المطلق والمقادير
الممسوحة من حيث هي مجهولة ومضافة الى شيء معلوم
به يمكن استخراجها وذالك الشيء اما كمية واما نسبة
على وجه لا يشاركها فيه غيرها ويدلك عليه تصفحها
ومطلوبها العوارض التي تلحق موضوعها بما هو موضوع
لها بالصفة المذكورة وتمامها الوقوف على الطرق
التعليمية التي تتفطن بها لهذا النوع المذكور من
استخراج المجهولات العددية او المساحية والمقادير
هي الكمية المتصلة وهي اربعة الخط والسطح و
الجسم والزمان على ما هو مذكور مجملا في قاطيغورياس

ومفصلا

ومفصلا في الحكمة الاولى وقوم يعدون المكان
نوعا قسيما للسطح تحت جنس المتصل والتحقيق يبطل
عليهم هذا الراي ويصح ان المكان هو سطح بحال
وموضع تحقيقه غير ما نحن فيه ولم تجر العادة
بذكر الزمان في موضوعات مسائل الجبر ولو جاز ذكر
وعادة الجبريين ان يسموا في صناعتهم
المجهول الذي يراد استخراجه شيئا ومضروبه في مثله
مالا ومضروب ماله فيه كعبا ومضروب ماله في
مثله مال مال ومضروب كعبه في ماله مال كعب و
مضروب كعبه في مثله كعب كعب وعلى هذا القياس
بالغا ما بلغ ومعلوم من كتاب اقليدس في الاصول
ان هذه المراتب كلها متناسبة اعني نسبة الواحد الى
الجذر كنسبة الجذر الى المال وكنسبة المال الى الكعب فيكون نسبة

العدد الى الجذر وكنسبة الجذر الى الاموال وكنسبة الاموال
الى الكعاب وكنسبة الكعاب الى اموال المال بالغا ما بلغ
ويجب ان يتحقق ان هذه الرسالة لا يفهمها
الا من يكون متقنا لكتاب اقليدس في الاصول
وكتابه في المعطيات ومقالتين من كتاب ابلونيوس
في المخروطات وان من سد عنه معرفة واحد من
هذه الثلاثة فلا سبيل له الى تحققها ولقد تكلفت
الا احيل في هذه الرسالة الا على هذه الكتب الثلاثة
واستخراجات الجبر انما تتم بالمعادلة اعني
بمعادلة هذه المراتب بعضها ببعض على ما هو مشهور و
اذا استعمل الجبري مال المال في المساحات فان ذالك
على سبيل مجاز لا على سبيل التحقيق اذ محال ان
يكون في المقادير مال لمال والذي يقع في المقادير

هو البعد

هو البعد الواحد وهو الجذر او الضلع اذا اضيف الى
مربعه ثم البعدان وهو السطح والمال في المقادير هو
السطح المربع ثم الثلاثة الابعاد وهو الجسم والمكعب في
المقادير هو الجسم الذي يحيط به ست مربعات واذ لا
بعد اخر فلا يقع فيها مال المال فضلا عما فوقه واذا
قيل مال المال في المقادير فانما يقال ذالك لعدد
اجزائها عند المساحة لا لذواتها ممسوحة وبينهما فرق
فمال المال لا يقع في المقادير لا بالذات ولا بالعرض
وليس كالزوج والفرد فانهما يقعان فيها بالعرض بحسب
العدد الذي ينفصل به اتصالها
والذي في كتب الجبريين من هذه المعادلات
الاربع الهندسية اعني الاعداد المطلقة والاضلاع
والمربعات والمكعبات هو ثلاث معادلات بين
العدد والاضلاع والاموال واما نحن فسناتي بالطرق التي

لها يمكن ان يستخرج المجهول بالمعادلة بين اربع مراتب
التي قلنا انها لا يمكن ان يقع اكثر منها في المقادير
اعني العدد والشيء والمال والكعب

وما يمكن ان يبرهن عليه بخواص الدائرة اعني بكتابي
اقليدس في الاصول وفي المعطيات يبرهن عليه و
ببالغ في التسهيل ولا يمكن الا بخواص القطوع المخروطية
فيبرهن عليه بما في مقالتين من المخروطات واما البرهان
على هذه الاصناف اذا كان موضوع المسئلة عددا
مطلقا فلا يمكننا ولا لواحد من اصحاب الصناعة و
لعل غيرنا ممن ياتي بعدنا يعرفه الا في الثلاثة
المراتب الاولى وهي العدد والشيء والمال وربما اشير الى
براهين عددية على ما يمكن البرهان عليه من كتاب
اقليدس واعلم ان البرهان على هذه الطرق بالهندسة
الا يجزى عن البرهان عليها بالعدد اذا كان الموضوع

عددا

عددا لامقدارا ممسوحا الا ترى ان اقليدس قد
برهن على مطلوبات نسبية مقدارية فى خامسة
كتابه ثم استانف البرهان على تلك المطلوبات النسبية
بعينها اذا كان موضوعها عددا فى سابقة كتابه

والمعادلات بين هذه الاربعة امّا
مفردات واما مقترنات والمفردات ستة اصناف
آ عدد يعدل جذرا بٓ عدد يعدل مالا ؛
جٓ عدد يعدل كعبا دٓ جذور تعدل مالا ؛
هٓ اموال تعدل كعبا وٓ جذور تعدل كعبا ؛
وثلاثة من هذه الاصناف الستة مذكورة فى كتب
الجبريين قالوا نسبة الشئ الى المال كنسبة المال الى المكعب
فلزم ان يكون معادلة المال للمكعب كمعادلة الشئ
للمال وكذلك نسبة العدد الى المال كنسبة الجذر
الى الكعب و لم يبرهنوا عليه من الهندسة واما العدد

الذی یکون عدیلا للمکعب فلا سبیل لنا الی استخراج ضلعه
الا بالاستقراء من حیث العدد واما من حیث الهندسة
فلا ینحل الا بالقطوع المخروطیة

واما المقترنات فمنها ثلاثیة ومنها رباعیة اما
الثلاثیة فاثنا عشر صنفا فالثلاثة الاولی منها
آ مال وجذر یعدل عددا ب مال وعدد یعدل جذرا
ج جذر وعدد یعدل مالا
وهذه الثلاثة مذکورة فی کتب الجبریین ومبرهن
علیها من جهة الهندسة واما من جهة العدد فلاو
الثلاثة الثانیة منها
آ کعب ومال یعدل جذرا ب کعب وجذر یعدل مالا
ج جذر ومال یعدل کعبا
فالجبریون قالوا ان هذه الثلاثة الثانیة مناسبة للثلاثة
الاولی کل واحد لنظیره اعنی ان یکون کعبا وجذرا یعدل

مالا فی

مالا في قوة مال وعدد ليعدل جذرا والباقون كذلك

ولم يبرهنوا عليها اذا كان موضوع المسائل ممسوحات

واما اذا كان موضوع المسائل عددا فذلك ظاهر

من كتاب الاصول وسابرهن على الهندسي منها

والستة الباقية من الاصناف الاثنا عشر

آ كعب وجذر ليعدل عددا ب كعب وعدد ليعدل جذرا

ج عدد وجذر ليعدل كعبا د كعب ومال يعدل عددا

ه كعب وعدد ليعدل مالا و عدد ومال ليعدل كعبا

وهذه الستة الاصناف لم يوجد في كتبهم

منها شيء الا الكلام في واحد منها مبترا وسا

بينها وابرهن عليها من جهة الهندسة لا من

جهة العدد والبرهان على هذه الستة لا يمكن

الا بخواص القطوع المخروطية واما المقترنات الرباعية

فقسمان احدهما وهو الاول ما يكون فيه ثلاث مراتب

معادلة لواحدة وهو اربعة اصناف

آ كعب ومال وجذر يعدل عدداً ب كعب ومال وعدد يعدل جذراً

ج كعب وجذر وعدد يعدل مالاً د كعب يعدل جذراً ومالاً وعدداً

والقسم الثاني هو ما يكون فيه مرتبتان معادلتين ..

لاثنتين وهو ثلاثة اصناف

آ كعب ومال يعدل جذراً وعدداً ب كعب وجذر يعدل مالاً وعدداً

ج كعب وعدد يعدل جذراً ومالاً

فهذه هي الاصناف السبعة الرباعية ولا سبيل لنا

الى تحليل شيء منها الا بالهندسة الا من تقدمنا

فقد اضطر واحد منهم الى نوع من انواع صنف

واحد ساذكره والبرهان على هذه الاصناف لا

يتم الا بخواص القطوع المخروطية وسناتي بواحد واحد

من هذه الاصناف الخمسة والعشرين وتبرهن عليه

مستعينين بالله انه من توكل عليه مخلصا هداه و

كفاه

كفاه

فالصنف الاول من المفردات جذر يعدل عددا فيكون الجذر معلوما باضطرار وحكمهما في العدد والمساحات واحد

والصنف الثاني عدد يعدل مالا فيكون المال العددي معلوماً لمعادلته العدد المعلوم ولا سبيل الى معرفته جذره بالعدد الا بالاستقراء فان من يعلم ان جذر خمسة وعشرين هو خمسة فانما يعلمه بالاستقراء لا بالقانون الصناعي فلا نلتفت فيه الى قول المتخلفين من اهل هذه الصناعة وللهند طرق في استخراج اضلاع المربعات والمكعبات مبنية على استقراء قليل وهو معرفة مربعات الصور التسعة اعني مربع الواحد والاثنين والثلاثة وكذلك مضروب بعضها في بعض اعني مضروب الاثنين في الثلاثة

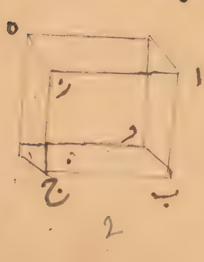
ونحوها ولنا كتاب في البرهان على صحة تلك الطرق
وتاديتها الى المطلوبات وقد غرزنا الواعها اعني من
استخراج اضلاع مال المال ومال المكعب وكعب الكعب
بالغا ما بلغ ولم يسبق اليه وتلك البراهين انما
هي براهين عددية مبنية على عدديات كتاب
الاسطقسات والبرهان على الصنف الثاني
بالهندسة هو هكذا



تضع خط اب مفروضا مساويا للعدد المفروض
و اج واحدا ويكون عمودا على اب ونتم سطح
اد فمعلوم ان مساحة سطح اد يكون ذالك العدد
المفروض فنعمل سطحا مربعا مساويا لسطح اد وهو
مربع ه كما بينه اقليدس في شكل يد من مقالة ب

من كتابه

من كتابه فمربعه يكون مثل العدد المفروض ويكون
معلوما وضلعه ايضا يكون معلوما تأمل
البرهان الذي اتى به عليه اقليدس وذلك المراد
وكلما قلنا عدد يساوي سطحا في هذه الرسالة
فانا نعني بالعدد هناك سطحا قائم الزاويا احد
ضلعيه واحد والثاني خط مساو للعدد المفروض
بالمساحة وكل واحد من اجزاء مساحته مساو
للضلع الثاني اعني به الذي فرضناه واحد
والصنف الثالث عدد يعدل مكعبا فاذا كان الموضوع
عددا فيكون المكعب معلوما ولا سبيل الى استخراج
ضلعه الا بالاستقراء وكذلك في جميع المراتب
العددية من مال المال ومال الكعب وكعب الكعب
كما ذكرناه آنفا واما بالهندسة



فانا نضع مربع اد مربع الواحد اعنى ان يكون اب

مثل بد وكل واحد منهما يفرض واحد ثم نقيم على سطح

اد على نقطة ب منه عمود بج ونجعله مساويا للعدد

المفروض كما بينه اقليدس في القول الحادي عشر

من كتابه ونتمم مجسم ابجد هزح فمعلوم ان مساحة

هذا المجسم وعمله لا يتم الا بخواص القطوع المخروطية

فاخرناه الى ان نأتي بمقدمات لها وكلما قلنا عدد

يساوي مجسما فانا نعني بالعدد هناك مجسما متوازي

الاضلاع قائم الزوايا يكون قاعدته مربع الواحد

وارتفاعه مساويا للعدد المفروض

والصنف الرابع مال يعدل خمسة اجزاره فيكون

عدة الاجذار هو جذر المال وبرهانه بالعدد هو

ان الجذر اذا ضرب في مثله حصل المال وهذا جذر

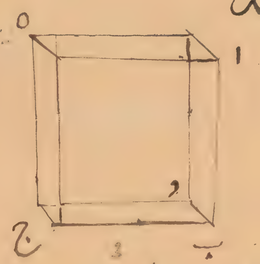
اذا ضرب في خمسة حصل المال فهو خمسة وبرهانه

يكون مساوية للعدد المفروض فتمم شكلا مساويا لهذا المجسم

بالهندسة

بالهندسة شبيه هذا اذا وضعت سطحا مربعا عدد بلا
لخمسة اضلاعه

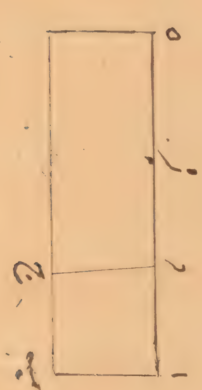
والصنف الخامس اشيا تعدل كعبا فبالعدد بين انه
يكون مثل عدد يعدل ما لاشيا لاربعة اجذار يعدل
كعبا يكون كانه قال اربعة اعداد يعدل ما لا لمكان
التناسب المذكور واما بالهندسة



نضع مكعب ابجده وحته مساويا لمساحته اربعة اضلاعه
وضلعه اب فيكون ضلعه الذي هو اب اذا ضرب
في اربعة يحصل مكعب ابجده الان ضلعه اذا ضرب في مربعه
اعني مربع اج حصل المكعب فيكون مربع اج اربعة
والصنف السادس اموال تعدل كعبا

يكون في قوة عدد يعدل جذرا برهانه بالعدد ان

نسبة العدد الى الجذر



كنسبة المال الى الكعب كما

بين في ثامنة الاصول

واما بالهندسة فانا نضع

مكعب ابجده عديل عدة امواله مثلا عديل مالين

ومربع ضلعه اج فسطح اج اذا ضرب في اثنين حصل

مكعب ابجده الا انه اذا ضرب في بد الذي هو ضلعه

حصل مكعب ابجده فيكون بد الذي هو ضلعه مثل

اثنين وذلك المراد وكلما قلنا في هذه الرسالة

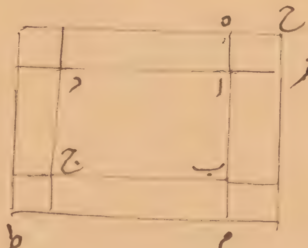
اموال المكعب فانا نعني بها مربعات اضلاعه

فاذ قد أتينا على المفردات فلنقر على الثلاثة الاولى

من الاصناف الاثنى عشر الثلاثية والصنف الاول

منها مال

منها مال وعشرة اجذار يعدل تسعة وثلاثين عددا
فاضرب نصف الاجذار في مثله وزد الحاصل على
العدد وانقص من جذر المبلغ نصف الاجذار
فالباقي هو جذر المال اما العدد فيحتاج الى هذين
الشرطين واحدهما ان يكون عدة الاجذار عددا
زوجا ليكون له نصف والثاني ان يكون ان يكون
مربع نصف الاجذار والعدد مجموعين عددا مربعا
والا فالمسئلة مستحيلة من حيث العدد واما بالهندسة



فلا يستحيل شيء من مسائلها
اصلا والبرهان عليه من جهة
العدد سهل عند تصور
برهانه الهندسي وبرهان الهندسي هكذا نضع مربع
اح مع عشرة اجذار عديل تسعة وثلاثين من
العدد وعشرة اجذاره هو سطح جه فيكون خط ده

عشرة وننصفه على ز فلان خط ده قسم بنصفين على

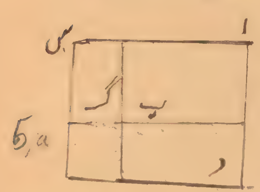
ز و زيد فيه على استقامته اد فيكون ضرب اه في

اد الذي هو مثل سطح هب مع مربع دز مساويا

لمربع زا ومربع دز الذي هو نصف الاجذار معلوم

وسطح به الذي هو العدد المفروض معلوم فيكون مربع

زا معلوما وخط زا معلوما واذا انقص منه زد



يبقى اد معلوما ولذلك

برهان اخر

نضع [illegible] مربعا ونخرج با الى ه ونجعلها ربع الاجذار

وهو اثنان ونصف ونخرج را الى ز ونجعل زا

مثل ربع الاجذار وكذلك نخرج من جميع زاويا

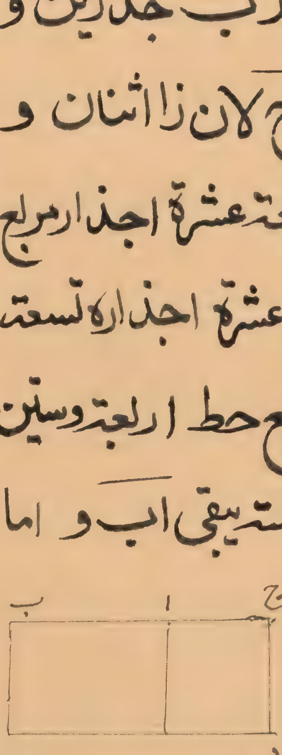
المربع خطوطا على هذه الصفة ونتم سطح حط فيكون

مربعا لان زه مربع واج مربع وج ط مربع على

ما تبين في سادسة الاصول والمربعات الاربعة

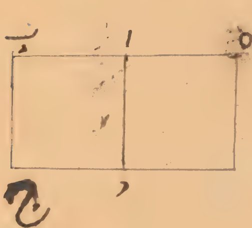
التي في زاويا

التی فی زاویا المربع الکبیر کل واحد منها مربع الاثنین
والنصف فیکون جمیعا خمسة وعشرین الذی هو
مربع لنصف الاجذار وسطح زب جذرین و
نصف من اجذار مربع اج لان زا اثنان و
نصف فیکون السطوح الاربعة عشرة اجذار مربع
اج وقد فرض مربع اج مع عشرة اجذاره تسعة
وثلاثین من العدد فیکون مربع حط اربعة وستین
یوخذ جذره وینقص منه خمسة یبقی اب و اما
ان فرض خط اب



عشرة وارید مربع یکون
مع ضرب ضلعه فی اب مساویا للعدد المفروض
فنضع العدد المفروض سطح ه وهو متوازی الاضلاع
قائم الزاویة علی ما قدمناه ونضیف الی خط
اب سطحا متوازی الاضلاع مساویا لسطح ه

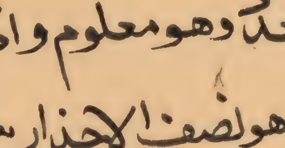
ونزيد على تمامه سطحا مربعا كما بينه اقليدس في
سادسة الاصول وليكن سطح بد والمربع الزايد اد
وضلعه اج يكون معلوما على ما تبين في المعطيات
والضعف الثاني منها مال وعدد يعدل جذرا هذا
يجب ان يكون العدد فيه ليس باعظم من مربع نصف
الاجذار والا فالمسئلة مستحيلة فان كان مثل مربع
نصف الاجذار فنصف الاجذار هو جذر المال وان
كان اقل منه نقص العدد من مربع نصف الاجذار
وما بقي يؤخذ جذره ويزاد على نصف الاجذار



او ينقص منه فما
بلغ من الزيادة وما بقي
من النقصان كان جذر
المال وبرهانه بالعدد يتصور عند تصور برهانه الهندسي
نضع مربع ابجد ونضع هد العدد على سمت اد فيكون

سطح هج

سطح هج مثلا يعدل عشرة اضلاع مربع اج فيكون
هب عشرة وفي الاول يكون اب نصف هب وفي الثاني
اعظم من نصفه وفي الثالث اصغر من نصفه ففي الاول
يكون اب خمسة وفي الثاني نقسم هب على ز وكذلك
في الثالث نخط هب ونقسم بنصفين على ز وبقسمين
غير متساويين على ا فيكون سطح ها في اب مع مربع
زا مساويا لمربع زب كما تبين في ثانية الاسطقسات
وسطح ها في اب هو العدد وهو معلوم واذا نقص
من مربع زب الذي هو نصف الاجذار يبقى مربع
زا معلوم وينقص في الثالث من زب وفي الثاني
يزاد عليه فيبلغ او يبقى اب وذلك المراد وان شئت
امكنك البرهان عليه من وجوه اخرى ولكنا اقتصرنا
على هذا مخافة التطويل واما ان فرض خط اب



عشرة مثلا واريد ان يفصل منه خط يكون ضرب

اب في ذلك الخط مساويا المربع ذلك الخط مع سطح

اخر غير اعظم من مربع نصف اب اعني العدد

المفروض وهو سطح ه ونريد ان نفصل من اب

خطا يكون مربعه مع سطح ه مساويا لضرب اب

في ذلك الخط فنضيف الى خط اب المعلوم سطحا

مساويا السطح ه المعلوم ننقص عن تمامه سطحا مربعا

وهو ممكن لان سطح ه ليس باعظم من مربع نصف

اب وليكن سطح ا ز والمربع الناقص سطح جد كما

بينه اقليدس في سادسة الاسطقسات فيكون

ضلع جب معلوما كما تبين في المعطيات و ذلك

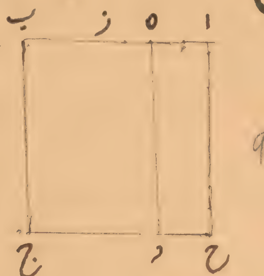
ما اردنا ان نبين فقد لاح ان لهذا الصنف انواعا

ويقع فيها ما يستحيل ويمكنك ان تعلم شرائط صحته

في العدد على ما بينه في الصنف الاول

والصنف الثالث

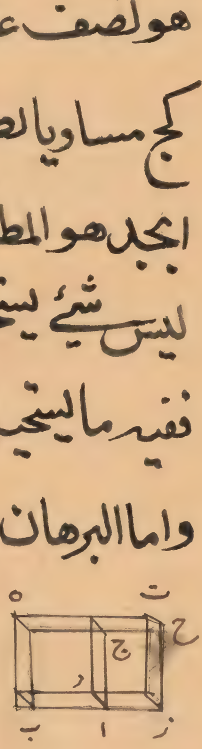
والصنف الثالث عدد وجذر يعدل مالا يزاد
مربع نصف الاجذار على العدد ويوخذ جذر المبلغ



ويزاد على نصف الاجذار
فما يحصل هو جذر المال
برهانه مربع ابجد يعدل
خمسة اجذار وستة من العدد فنفصل لعدد
منه وهو سطح اد يبقى سطح هج عدة الاجذار وهو
خمسة فيكون خط هب خمسة نقسمه بنصفين على
ز فخط هب قسم بنصفين على ز وزيد فيها على
استقامة يكون سطح با في اا الذى هو سطح اد المعلوم
مع مربع هز المعلوم مثل مربع زا فمربع زا معلوم
وزا معلوم وزب معلوم فيكون اب معلوما
وله وجوه اخرى من البراهين فارتض بها واما ان
فرض بر الذى هو عدة الاجذار وطلب المربع وضلعه



كى يكون مساويا لعدة اضلاعه مع العدد المفروض
فليكن العدد المفروض سطح ط والمربع المساوى له ح
ولنعمل مربعا مساويا للمربع ح مع مربع هك الذى
هو نصف عدة الاضلاع وليكن مربع ز و نجعل
كج مساويا للضلع ز ونتمم مربع ابجد فيكون مربع
ابجد هو المطلوب وتبين ان فى هذا الصنف الثالث
ليس شيء يستحيل وكذا فى الاول واما فى الثانى
ففيه ما يستحيل وله اختلاف وقوعات وليس فى هذين
واما البرهان على ان الثلاثة الثانية من هذه
الاصناف مناسبة
للثلاثة الاولى ...

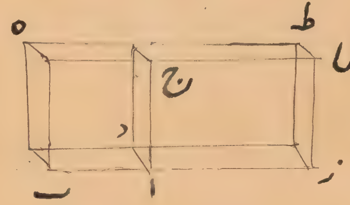


فالصنف الاول منها
مكعب واموال تعدل عددا فلنضع مكعب ابجده
ونخرج اب على استقامة الى ز ونجعل از مثل

عدة الاموال

عدة الاموال ونتمم مجسم ازحطجد على استقامة مكعب
١ لا على ماجرت به العادة فمجسم اط مثل عدة
الاموال فيكون مجسما لط الذي هو المكعب وعدة...
الاموال المفروضة كعدة الاجذار المفروضة ونعمل
سطح لك كعدة الاجذار المفروضة والجذر هو ضلع
المكعب وهو اد فسطح لك اذا ضرب في اد يكون مثل
عدة الاضلاع المفروضة وسطح حب اذا ضرب في
اد يكون منه المكعب مع عدة امواله المفروضة وهما
متساويان اعني مجسم لط والمجسم المعمول على لك الذي ارتفاعه
اد فقاعدتاهما يكونان مكافئتين لارتفاعيهما وارتفاعا
هما متساويان فقاعدتاهما يكونان اذن متساويتين
وقاعدة حب هو مربع جب مع حا الذي هو عدة
اجذاره التي فرضت للاموال فيكون لك الذي
هو العدد المفروض للاجذار مثل مال وعدة

الاجذار المفروضة للاموال وذلك ما اردنا ان نبين
ومثاله مكعب و ثلاثة اموال يعدل عشرة اجذار
يكون مال وثلاثة اجذار يعدل عشرة اعداد
والصنف الثاني منها مكعب مع جذرين
يعدل ثلاثة اموال يكون مالا مع اثنين يعدل
ثلاثة اجذار برهانه

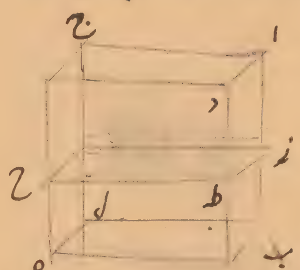


12

نضع مكعب ابجده
وهو مع جذرينه
يعدل ثلثة اموال ونضع ح مربعا مثل جب و
نضع ك ثلاثة فيكون ضرب ح في ك ثلاثة
مكعب الا ونعمل على اج سطحا مساويا لاثنين
ونتمم مجسم ازحطل فيكون مثل عدة الجذور و
لكن خط زب اذا ضرب في مربع اج حصل مجسم
لط ومجسم اط مثل عدة الاضلاع فمجسم لط مثل

المكعب مع

المكعب مع مثل عدة اضلاعه فيكون مجسم لط مساويا
لعدة الاموال فيكون خط زب على ما تبين
في الشكل المتقدم ثلاثة وسطح بل هو مال واثنان
فمال واثنان يعدل ثلثة اجذار لان سطح بل
هو من ضرب اب في ثلاثة وذلك ما اردنا ان نبين
والصنف الثالث منها هو مكعب يعدل
مالا وثلاثة اجذار
فيكون مال يعدل اجذارا
وثلاثة اعداد نضع

13 

مكعب ابجد الذي يعدل ماله وثلاثة اضلاعه
ونفصل من خط اب الذي هو ضلعه خط از مثل
عدة الاموال وهو واحد وتمم مجسم از طح فيكون
مجسم از طح مثل عدة الاموال المفروضة فيبقى
مجسم زه مساويا لعدة الاضلاع المفروضة ونسبة

المجسمين احدهما الی الاخر کنسبة قاعدة زج الی قاعدة
زل کما تبین فی الحادیة عشرة من الاصول
اذا الارتفاعان متساویان ولکن سطح زج
هو جذر واحد لمربع جب وسطح زل هو عدد
الاجذار وهو ثلاثة فمربع جب مثل جذر واحد
وثلاثة اعداد وذلك ما اردنا ان نبین وهذه
البراهین مالم تفهم علی هذا النمط لا یکون الصناعة
حکمیة وان کان فیه تجشم مصاعب
ومن بعد تقدیم هذه الاصناف التی امکن البرهان
علیها من خواص الدائرة اعنی من کتاب اقلیدس
فلننقل الآن علی الاصناف الذی لا یمکن البرهان
علیها الا بخواص القطوع وهی اربعة عشر صنفا واحد
مفرد وهو عدد یعدل مکعبا وستة ثلاثیة باقیة
وسبعة رباعیة ولنقدم مقدمات مبنیة علی

کتاب

كتاب المخروطات ليكون شبه تمهيد للمتعلم ولا تكون رسالتنا

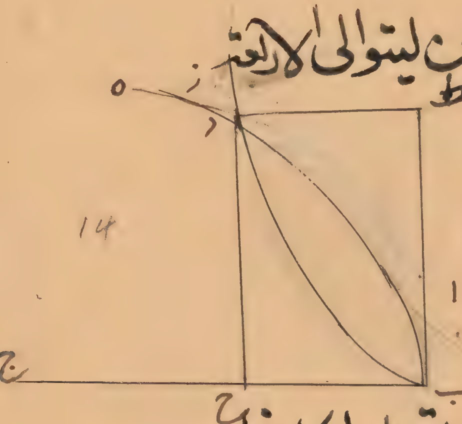
هذه مفتقرة الى اكثر من الثلاثة الكتب المذكورة اعنى

كتابى اقليدس فى الاصول وفى المعطيات ومقالتين

من كتاب المخروطات

نريد ان نجد خطين بين خطين ليتوالى الاربعة

متناسبة فليكن



الخطان المستقيمان

اب بج ونجعلهما

محيطين بزاوية ب القائمة ونعمل قطعا مكافيا

راسه نقطة ب وسهمه بج وضلعه القائم بج

وهو قطع بده فيكون قطع بده معلوم الوضع لان

راسه وسهمه معلوما الوضع وضلعه القائم معلوم

القدر ويكون مماسا للخط با لان زاوية ب قائمة

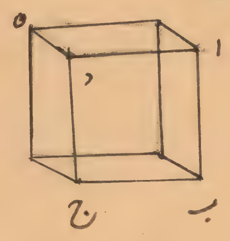
وهى مساوية لزاوية الترتيب كما تبين فى الشكل

آج من مقالة آ من المخروطات وكذلك نعمل قطعا اخر
مكافيا راسه نقطة ب وسهمه اب وضلعه القائم اب
وهو قطع يدر كما بينه ابلونيوس في شكل نو من مقالة
آ يكون قطع بذر مماسا لخط بج فهما يتقاطعان بالضطرار
فليتقاطعا على نقطة د فنقطة د معلومة الوضع لان
القطعين معلوما الوضع ونخرج منها عمودي دح دط
على اب بج فيكونان معلومي القدر كما بين في المعطيات
فاقول ان خطوط اب بج الاربعة متناسبة برهانه
ان مربع حد مساو لضرب بج في بج لان خط
دح من خطوط الترتيب في قطع بدك فيكون نسبة
بج الى حد المساوي لخط بط كنسبة بط الى حب وخط
دط من خطوط الترتيب في قطع بدز يكون مربع
دط الذي هو مثل بح مساويا لضرب با في بط
فنسبة بط الى بح كنسبة بح الى با فالخطوط الاربعة

متناسبة

متناسبة متوالية وخط دح معلوم القدر لانه خرج
من نقطة معلومة الوضع الى خط معلوم الوضع على
زاوية معلومة القدر وكذلك د ط معلوم القدر
فخطا بح لط معلوما القدر وهما وسطان في النسبة
بين خطي اب بج اعني نسبة اب الى بح كنسبة
لح الى لط وكنسبة لط الى بح وذلك ما اردناه

ان نبني مربع
ابجد مفروض و
هو قاعدة مجسم



ابجد ه المتوازي السطوح القائم الزوايا ومربع
مح مفروض ونريد ان نعمل على قاعدة مح مجسما
متوازي السطوح قائم الزوايا مساويا لمجسم
ابجد ه المفروض فنجعل نسبة اب الى مز كنسبة
مز الى لك ثم نجعل نسبة اب الى لك كنسبة زط

الی هد و نجعل زط عمودا علی سطح مح علی نقطة ز و

نتمم مجسم مزطح فاقول ان هذا المجسم مساو للمجسم المفروض

برهانه نسبة مربع اج الی مربع مح کنسبة اب الی ك

فیکون نسبة مربع اج الی مربع مح کنسبة زط الذی

هو ارتفاع مجسم مطح الی هد الذی هو ارتفاع

مجسم به فیکون المجسمان متساویین لان قواعدهما

مکافیة لارتفاعیهما کما تبین فی مقالة یا من

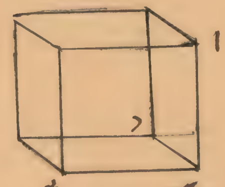
الاصول وکلما قلنا مجسم فانا نعنی به المجسم المتوازی

السطوح القایم الزوایا وکذالك کلما

قلنا سطح فانا نعنی

به السطح المتوازی

الاضلاع القایم الزاویا

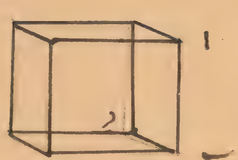


مجسم ابجد مفروض وقاعدته اج مربعة و نرید

ان نعمل مجسما قاعدته مربعا و ارتفاعه مثل هط المفروض

ویکون مساویا

ويكون مساويا لمجسم اجد فنجعل نسبة ه ط الى بد
كنسبة اب الى ك ونأخذ بين اب و ك خطا
وسطا في النسبة وهو هز ونجعل هز عمودا على
هط ونتمم طز ونجعل هح عمودا على سطح طز ويكون
مثل هز ونتمم مجسم حهطز فاقول ان مجسم ط الذي
قاعدته مربع حز وارتفاعه هط المفروض مثل هط
مجسم د المفروض برهانه ان نسبة مربع اج الى
مربع حز كنسبة اب الى ك فيكون نسبة مربع
اج الى مربع حز كنسبة هط الى بد فقاعدتا
المجسمين مكافيتان لارتفاعيهما فهما متساويان
وذلك ما اردنا
ان نبين ومن بعد
ذلك فانا نأتي بالصنف
الثالث من المفردات وهو



كعب ليعدل عدد انضح العدد مجسم ا ب ج د وقاعدته

اج وهو مربع الواحد كما قلنا وطوله مثل العدد المفروض

ونريد ان نعمل مكعبا مساويا له فناخذ بين خطي

اب بد خطين وسطين في النسبة فيكونان معلومي

القدر كما بيناه وهما ه ز ونجعل خط مساويا لخط

ه ونعمل عليه مكعب ط ح ك ل فيكون هذا المكعب

معلوم القدر وضلعه معلوم القدر فاقول انه

مساويا لمجسم د برهانه نسبة مربع اج الى مربع طك

كنسبة اب الى ز الاول الى الثالث من الخطوط الاربعة

بل كنسبة ح ك الثاني الى بد الرابع فقاعدتا مكعب ل

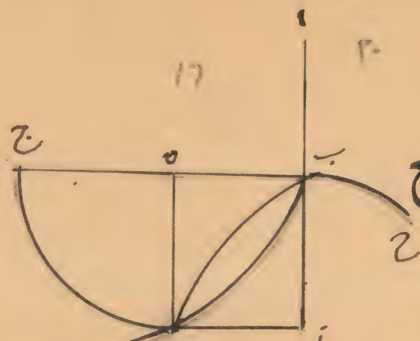
ومجسم د متكافيتان لارتفاعيهما فهما متساويان

وذلك ما اردنا ان نبين ومن بعد ذلك فانا

نشتغل بالاصناف الستة الباقية الثلاثية الصنف

الاول هو مكعب و ا ضلاع ..

لعدد



لنعدل عددا نضع

اب ضلع مربع

مساو لعدة الجذور وهو مفروض ولنعمل
مجسما يكون قاعدته مثل مربع اب ويكون ارتفاعه
مثل بج ويكون مساويا للعدد المفروض كما بينا
عمله فيما تقدم ونجعل بج عمودا على اب وقد علمت
ما معنى العدد المجسم في كلامنا وهو مجسم يكون
قاعدته مربع الواحد وارتفاعه مثل العدد المفروض
اعني خطا نسبته الى ضلع قاعدة المجسم كنسبة العدد
المفروض الى الواحد ونخرج اب على استقامة
الى ز ولنعمل قطعا مكافيا راسه نقطة ب و
سهمه بز وضلعه القايم اب وهو قطع حبد فيكون
قطع حبد معلوم الوضع كما بينه آنفا ويكون مماسا
لخط بج ولنعمل على بج نصف دايرة فانها باضطرار

يقطع القطع فليقطعه على د و يخرج من د التي

هي معلومة الوضع كما عرفته عمود د ز د ه على بز ج

فيكونان معلومي الوضع والقدر فخط د ز من خطوط

الترتيب في القطع فيكون مربع مساويا لضرب بز في

اب فيكون نسبة اب الى د ز الذي هو مثل كنسبة

بز الى هد الذي هو مثل ز ب لكن نسبة بز الى هد

كنسبة هد الى هج فالخطوط الاربعة تتناسبة اب بز

هد هج فنسبة مربع اب الاول الى مربع بز الثاني

الى هج الرابع فالمجسم الذي قاعدته مربع اب وارتفاعه

هج مساو لمكعب بز لان ارتفاعيهما مكافيان ..

لقاعدتيهما ونجعل المجسم الذي قاعدته مربع اب و

ارتفاعه هب مشتركا فيكون مكعب بز مع هذا

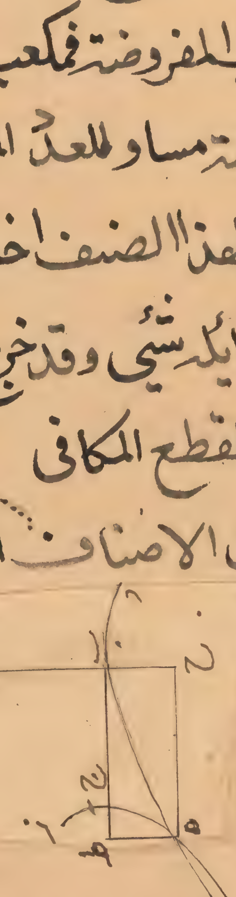
المجسم مثل المجسم الذي قاعدته مربع اب وارتفاعه

بج الذي فرضناه مساويا للعدد المفروض لكن

المجسم الذي

المجسم الذي قاعدته مربع اب الذي هو مثل عدة الجذور
وارتفاعه هب الذي هو ضلع المكعب مساو لعدة
اضلاع مكعب هب المفروضة فمكعب هب مع عدة
اضلاع هب المفروضة مساو للعدد المفروض و
ذلك المراد وليس لهذا الصنف اختلاف وقوع
ولا يستحيل من مسايله شيء وقد خرج بخواص
الدايرة مع خواص القطع المكافي

الصنف الثاني من الاصناف الثلاثية
هو مكعب و



عدد يعدل
اضلاعا فنفرض اب
ضلع مربع مساو لعدة الجذور ونعمل مجسما يكون
قاعدته مربع اب ويكون مساويا للعدد المفروض
وليكن ارتفاعه بج وهو عمود على اب و نعمل قطعا

مكافيا راسه نقطة ب وسهمه على استقامة اب وضلعه

القايم اب وهو د به ويكون معلوم الوضع ولنعمل قطعا

اخر زايد اراسه نقطة ج وسهمه على استقامة بج و

كل واحد من ضلعيه القايم والمسايل مثل بج و

هو هجز ويكون معلوم الوضع كما بينه ابلونيوس في

تسكل نح من مقالة آ فهذان القطعان اما ان

يتلاقيا واما ان لا يتلاقيا فان لم يتلاقيا فالمسئلة

مستحيلة وان تلاقيا بالتماس على نقطة او بالتقاطع

على نقطتين فيكون النقطة معلومة الوضع فليتلاقيا

على نقطة ه ونخرج منها عمودي هط هح على خطي بط

بح فيكون العمودان لا محالة معلومي الوضع والقدر

وخط هط من خطوط الترتيب فيكون نسبة مربع

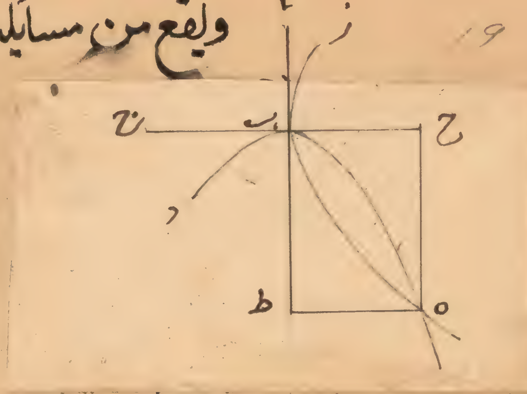
هط الى ضرب بط في طج كنسبة الضلع القايم

الى الضلع المائل كما بينه ابلونيوس في تشكل ك من

مقالة ا

مقالة آ والضلعان القائم وهو المنتصب والمائل
متساويان فمربع هط مساو لضرب لط في طج فنسبة لط
الى طه كنسبة طه الى طج ولكن مربع هح الذي هو مثل
لط مساو لضرب بح في يا كما تبين في شكل يب
من مقالة آ من كتاب المخروطات فنسبة اب الى
لط كنسبة لط الى بح وكنسبة بح الذي هو مثل هط الى
طج فالخطوط الاربعة متناسبة فنسبة مربع اب الاول
الى مربع لط الثاني كنسبة لط الثاني الى طج الرابع ..
فمكعب لط مساو للمجسم الذي قاعدته مربع اب و
ارتفاعه جط ونجعل المجسم الذي قاعدته مربع اب و
ارتفاعه بح الذي علمناه مساويا للعدد المفروض مشتركا
فيكون مكعب لط مع العدد المفروض مساويا للمجسم
الذي قاعدته مربع اب وارتفاعه لط وهو عدة اضلاع
المكعب وقد تبين ان لهذا الصنف اختلاف وقوع

ولیقع من مسائله ما یستحیل وقد خرج بخواص قطعین
مكافٍ و زائد



الصنف الثالث مكعب
لیعدل اضلاعا وعددا

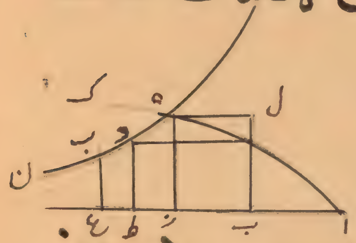
لنضع اب ضلع مربع مثل عدة الاضلاع ولنعمل
مجسما قاعدته مربع اب ویكون مساویا للعدد
المفروض ولیكن ارتفاعه بج عمودا على اب و نخرج
اب بج على استقامته ولنعمل قطعا مكافیا راسه
نقطة ب وسهمه على استقامة اب وضلعه القائم
اب وهو د به ویكون معلوم الوضع ویكون مماسا
لخط بج على ما بینه ابلونیوس في شكل لج من مقالة ا
ولنعمل قطعا آخر زایدا راسه نقطة ب وسهمه على استقامة
بج وكل واحد من ضلعیه القائم والمائل مثل بج وهو
قطع زبه ویكون معلوم الوضع ومماسا لخط اب

فالقطعان

فالقطعان لا محالة يتقاطعان فليتقاطعا على نقطة ك فتكون
معلومة الوضع ونخرج من نقطة ك عمود كط على هج فهما
معلوما الوضع والقدر وخط هج من خطوط الترتيب
فعلى ما تقدم يكون مربع هج مساويا لضرب جب في بج
فنسبة بج الى هج كنسبة هج الى حب لكن نسبة هج الذى
هو مثل لط الى حب الذى هو مثل هط وهو من
خطوط الترتيب في القطع الاخر كنسبة هط الى اب الذى
هو الضلع القايم للقطع فالخطوط الاربعة متناسبة
نسبة اب الى حب كنسبة حب الى لط وكنسبة لط الى جح
فنسبة مربع اب الاول الى مربع حب الثانى الى جح
الرابع فيكون مكعب حب مساويا للمجسم الذى قاعدته
مربع اب وارتفاعه جح لان ارتفاعيهما مكافيان
لقاعدتيهما لكن هذا المجسم مساو للمجسم الذى قاعدته
مربع اب وارتفاعه جح الذى علمناه مساويا للعدد المفروض

والمجسم الذي يحيط به قاعدة مساويا المربع اب و ارتفاع
بح الذي هو مثل عدة الاضلاع المفروضة لمكعب بح
فمكعب بح مثل العدد المفروض ومثل عدة اضلاع..
المفروضة وذالك المراد فقد تبين انه ليس لهذا
الصنف اختلاف وقوع ولا فيه شي يستحيل على
في مسايله وقد خرج بخواص قطعين مكافي و زايد معا

الصنف الرابع من الاصناف الستة



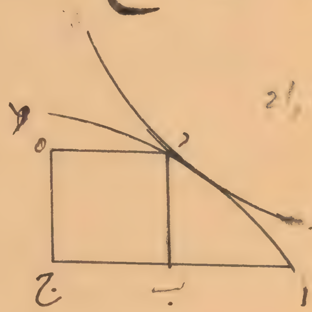
الثلاثية مكعب و اموال
تعدل عددا نضع خط
اب لعدة الاموال ونعمل مكعبا مساويا للعدد المفروض
وليكن ضلعه ح ونخرج اب على استقامة ونجعل بط
مثل ح ونتمم مربع بطدج ونعمل على نقطة د قطعا
زايدا لا يلقاه بح بط وهو قطع هدن كما تبين
من قوة شكلي د و ه من مقالة ب وشكل نط

من مقالة

من تقاطعهما فيكون قطع هدن معلوم الوضع لان نقطة د
معلومة الوضع وخطا بج بط معلوما الوضع ونعمل قطعاً
مكافيا راسه نقطة ا وسهمه اط وضلعه القايم بج
وهو قطع الك فيكون قطع الك معلوم الوضع والقطعان
يتقاطعان باضطرار فليتقاطعا على نقطة لا فيكون لا
معلومة الوضع ونخرج منها عمودي هز هل على خطي اط
بج فيكونان معلومي الوضع والقدر واقول انه لا
يمكن ان يقطع قطع اهك قطع هدن على نقطة يكون
العمود النازل منها الى خط اط هو واقع على ط او
خارجا منها فليقع على ط ان امكن فيكون مربعه
مساويا لضرب اط في طب الذي هو مثل بج لاكن
ذلك العمود يكون مساويا العمود دط فيكون مربع
طد مساويا لضرب اط في طب وهو ايضاً مساو
لضرب بط في مثله هذا محال فليس العمود يقع على ط وكذلك

لا يقع خارجا منه لانه يكون ذلك العمود حينئذٍ اقصر من
طد فيكون هذا المحال الزم فباضطرار يقع العمود
على نقطة فيما بين اط مثل هز ومربع هز مثل ضرب اه
في بج فيكون نسبة اه الى هز كنسبة هز الى بج وسطح
هب مثل سطح دب كما تبين في شكل ح من مقالة
ب من المخروطات يكون نسبة هز الى بج كنسبة بج
الى بز فالخطوط الاربعة متناسبة اه هز بج بز فنسبة
مربع بز الرابع الى مربع بج الثالث كنسبة بج الثالث
الى اه الاول فيكون مكعب بج الذي علمناه مساويا
للعدد المفروض مساويا للمجسم الذي قاعدته مربع
بز وارتفاعه اه لكن هذا المجسم الذي قاعدته مربع بز
وارتفاعه اه مساو لمكعب بز والمجسم الذي قاعدته
مربع بز وارتفاعه اب وهذا المجسم الذي قاعدته
مربع بز وارتفاعه اب هو مثل عدد الاموال المفروضة فمكعب بز

مع عدة اموال المفروضة مساو للعدد المفروض و
ذلك ما اردنا ان نبين وهذا الصنف ليس فيه
اختلاف وقوع ولا يستحيل شي من مسايله وقد خرج
بخواص القطوع المكافي والزايد معا ....



الصنف الخامس من
الاصناف الستة الثلاثية
الباقية مكعب وعدد يعدل
مالا فنفرض اج لعدة
الاموال ونعمل مكعبا مساويا للعدد المفروض ويكون
ضلعه ح فخط ح لا يخلوا اما ان يكون مساويا للخط
اج او اعظم منه او اصغر فان كان مساويا له استحالت
المسئلة لانه لا يخلوا اما ان يكون ضلع المكعب المطلوب ب
مثل ح او اصغر او اكبر فان كان مثله كان ضرب
اج في مربعه مثل مكعب ح فيكون العدد مثل عدة

الاموال ولا يحتاج الى زيادة المكعب وان كان ضلع المطلوب
اصغر منه كان ضرب اج فى مربع اصغر من العدد
المفروض فيكون عدة الاموال اصغر من العدد
المفروض فضلا عن الزيادة وان كان الضلع اكبر
من ح كان مكعبه اكبر من ضرب اج فى مربعه فضلا
عن زيادة العدد عليه ثم ان كان ح اعظم من اج
يكون المحال فى الوجوه الثلاثة الزم فيجب ان يكون
ح اصغر من اج والا فالمسئلة مستحيلة فنفصل
بج من اج مثل ح فخط بج اما ان يكون مثل اب
او اعظم منه او اصغر فليكن فى الشكل الاول مثله
وفى الثانى اعظم منه وفى الثالث اصغر منه ونتمم فى
الاشكال الثلاثة مربع دج ونعمل على نقطة د قطعا
زايدا لا يلقاه اج جه وهو فى الاول د ز ه وفى الثانى و
الثالث د ط ونعمل قطعا مكافيا راسه نقطة ا وسهمه

اج

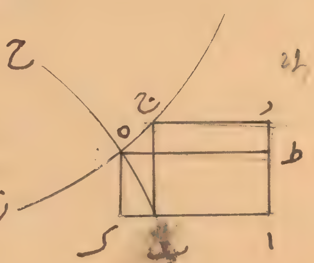
اج وضلعه القايم بج وهو في الاول اط في الثاني وفي الثالث
اك ويكون القطعان معلومي الوضع ففي الاول يمر القطع
المكافي على نقطة د لان مربع دب مساو لضرب
اب في بج فيكون د على محيط القطع المكافي ويلقاه على
نقطة اخرى ويمكنك ان تتفطن له بادنى تامل
وفي الثاني يكون نقطة د خارجة من محيط المكافي لان
مربع دب اعظم من ضرب اب في بج فان التقى القطعان
بالتماس على نقطة اخرى او بالتقاطع فيكون العمود
النازل منهما واقعا لا محالة فيما بين نقطتي اب كانت
المسئلة ممكنة والا فهي مستحيلة وهذا التماس او
التقاطع لم يتفطن له ابو الجود المهندس الفاضل
حتى جزم القضا بان بج ان كان اعظم من اب كانت
المسئلة مستحيلة والبطل في حكمه هذا وهذا الصنف
هو الذي اضطر اليه الماهاني من بين الاصناف الستة

حتى تعرف وفي الثالث يكون نقطة د داخل القطع لمكان فى
فيتقاطع القطعات على نقطتين وبالجملة فانا نخرج من
نقطة الالتقاء عمود د ا على ا ب فليكن في الشكل الثاني
ط ز وكذلك عمودا آخر منها على ج ه وهو ط ك فسطح
ط ج مثل سطح د ج فيكون نسبة ز ج الى ب ج كنسبة
ب ج الى ط ز ولط ز من خطوط الترتيب في قطع الطل
يكون مربعه مثل ضرب ا ز في ب ج فيكون نسبة
ب ج الى ط ز كنسبة ط ز الى ز ا فالخطوط الاربعة
متناسبة نسبة ز ج الى ج ب كنسبة ج ب الى ا ط ز
وكنسبة ط ز الى ز ا فنسبة مربع ز ج الاول الى
مربع ب ج الثاني كنسبة ب ج الثاني الى ز ا الرابع فيكون
مكعب ب ج الذي هو مثل العدد المفروض مساويا
للمجسم الذي قاعدته مربع ز ج وارتفاعه ز ا ونجعل
مكعب ز ج مشتركا فمكعب ز ج مع العدد المفروض

مساو

مساو للمجسم الذي قاعدته مربع زج وارتفاعه اج الذي
هو مثل عدة الاموال المفروضة وذلك المراد وقس
عليه الباقين على ان الثالث يخرج منها مكعبان لا محالة
لان كل عمود يفصل ضلع مكعب من جا كما تبين فقد
تبين ان هذا الصنف له اختلاف وقوعات وقد
يقع فيهما ما يستحيل وقد خرج بخواص قطعين مكافي وزايد

الصنف السادس من
الاصناف الستة الثلاثية
الباقية هو مكعب يعدل
اموالا واعدادا نفرض



عدة الاموال خط اب ونعمل مجسما ارتفاعه اب
وقاعدته مربع ويكون مساويا للعدد المفروض
ويكن ضلع قاعدته بج عمودا على اب ونتمم سطح دب
نعمل على نقطة ج المعلومة الوضع قطعا زايدا لا يلقاه

اب اد وهو قطع جهز وقطعا آخر مكافيا راسه نقطة

ب وسهمه على استقامة اب وضلعه القايم اب وهو بج

فهذان القطعان يتقطعان باضطرار فليتقاطعا

على ه فيكون ه معلومة الوضع ونخرج منها عمودي

هط هك على اب اد فسطح ها مثل سطح حا

فيكون نسبة اك الى بج كنسبة اب الى هك ويكون

مربعاتها ايضا متناسبة لكن مربع هك مثل ضرب

كب في اب لان هك خط ترتيب في قطع بج فيكون

نسبة مربع اب الى مربع هك كنسبة اب الى بك

فنسبة مربع بج الى مربع اك كنسبة بك الى اب فيكون

المجسم الذي قاعدته مربع بج وارتفاعه اب مساويا للمجسم الذي

قاعدته مربع اك وارتفاعه كب لتكافو الارتفاعين و

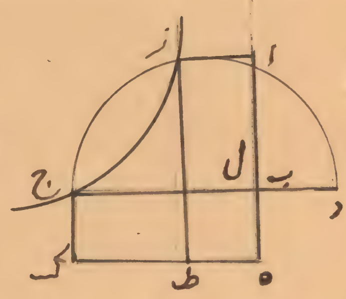
القاعدتين ونجعل المجسم الذي قاعدته مربع اك وارتفاعه

اب مشتركا فيكون مكعب اك مساويا للمجسم الذي قاعدته

مربع بج

مربع بج وارتفاعه اب الذي علمناه مثل العدد المفروض
مع المجسم الذي قاعدته مربع اك وارتفاعه اب الذي
هو عدة الاموال المفروضة فيكون مكعب اك مثل
عدة اموال المفروضة مع العدد المفروض وليس هذا
الصنف اختلاف وقوع ولا تستحيل من مسائله شيء
وقد خرج بخواص قطعين مكافي وزائد معا

واذ قد أتينا على الاصناف الثلاثية فلنقل
على الرباعية الاربعة التي كل صنف منها مركب من
تعادل ثلاثة وواحد فالصنف الاول من الاربعة



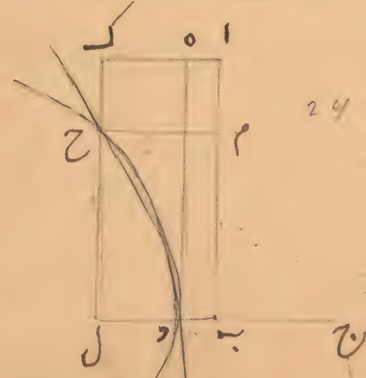
الرباعية هو مكعب
واموال واضلاع تعدل
اعداد فنضع به
ضلع مربع مساو لعدة الاضلاع المفروضة
ونعمل مجسما قاعدته مربع به ويكون مساويا للعدد

المفروض وليكن ارتفاع بج عمودا على به ولنعمل لبد مثل
عدة الاموال المفروضة على استقامة بج ونعمل على قطر د
ج نصف دائرة د ز ج ونتمم سطح بك ونعمل على
نقطة ج قطعا زايدا لا يلقاه خطا به هك فهو
يقطع الدائرة على نقطة ج لانه يقطع الخط المماس
لها وهو جك فليزم ان يقطعها على نقطة اخرى
فليقطعها على ز فيكون ز معلومة الوضع لان
الدائرة والقطع معلوم الوضع ونخرج من ز عمودي
ز ط ز ا على هك ها فسطح زه مثل سطح بك
ويلقي هل المشترك يبقى سطح زب مثل سطح لك يكون
نسبة زل الى بل لان هب مثل طل وكذلك مربعاتها
ايضا متناسبة لكن نسبة مربع زل الى مربع لج
كنسبة دل الى لج للدائرة فيكون نسبة مربع هب
الى ربع بل كنسبة دل الى لج فيكون المجسم الذى

قلعد نسبة مربع

قاعدته مربع هب وارتفاعه بح مثل المجسم الذي قاعدته مربع
بل وارتفاعه دل لكن هذا المجسم الاخير مثل مكعب
بل مع المجسم الذي قاعدته مربع بل وارتفاعه بد الذي هو
مثل عدة الاموال المفروضة ونجعل المجسم الذي
قاعدته مربع هب وارتفاعه بل الذي هو مثل عدة
الجذور مشتركا فيكون المجسم الذي قاعدته
مربع حب وارتفاعه بج الذي علمناه مساويا
للعدد المفروض مثل مكعب بل مع مثل عدد
اضلاعه المفروض ومع مثل عدة امواله المفروضة و
ذلك ما اردنا ان نبين فليس لهذا الصنف
اختلاف وقوع ولا يستحيل من مسايله شيء وخرج
بخواص القطع الزائد مع خواص الدائرة

الصنف الثامن من الاصناف
الاربعة عشر الرباعية هو مكعب واموال



واعدادا لعدد اضلاعا نضع اب ضلع مربع مساو لعدة

الاضلاع وبج لعدة الاموال المفروضة ويكون عمودا على

اب ونعمل مجسما قاعدته مربع اب يكون مساويا للعدد

المفروض وليكن ارتفاعه بك على استقامة بج ونعمل على

نقطة د قطعا زايدا لا يلقاه اب الا بعد ان تمما سطحه

وهو قطع زدح ونعمل قطعا اخر زايدا راسه نقطة د و

سهمه على استقامة بد وكل واحد من ضلعيه القايم

والمايل مثل دج وهو طدح ولا محالة ان هذا القطع

يقطع الاول على د فان امكن ان يلتقيا على نقطة

اخرى فالمسئلة ممكنة والا فهي مستحيلة هذا الالتقاء بالتماس

او بالتقاطع على نقطتين بناؤه على المقالة الرابعة من

كتاب المخروطات وقد ضمنا الا نحيل الا على مقالتين

منه ومع هذا فلا يضرنا بعد ان التقا سواء كان بالتماس

او بالتقاطع فافهم والالتقاء اما ان يكون بالتماس واما

ان يكون

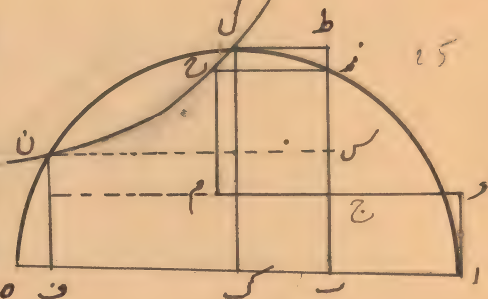
ان يكون بالتقاطع فان قطعة على غير نقطة د فبا
ضطرار لقطعة على نقطتين بناؤه على المقالة الرابعة
من كتاب المخروطات وقد ضمنا الانجيل الا على
مقالتين منه ومع هذا فلا يضرنا بعد ان التقاء
سواء كان بالتماس او بالتقاطع فانهم لا التقاء
اما ان يكون بالتماس واما ان يكون بالتقاطع فان
قطعة على غير نقطة د فبا ضطرار لقطعة على نقطتين
وبالجملة فانا نخرج من نقطة التقاطع او الالتقاء
كيفما كان وليكن نقطة ح عمودي حم كجل
فيكونان معلومي الوضع والقدر لان نقطة ح
معلومة الوضع فسطح اح مثل سطح اد ويلقى هم
المشترك فيبقى مد مثل هح ونجعل دح مشتركا
يكون مل مثل هل فاضلا عهما مشتركا فنية كذلك
مربعا اضلاعهما فيكون نسبة مربع اب الى مربع بل

كنسبة مربع حل الى مربع لذ ولكن نسبة مربع حل الى مربع
لد كنسبة جل الى لد كما بيناه مرارا فيكون نسبة مربع
اب الى مربع بل كنسبة جل الى لد نا لجسم الذى ارتفاعه
لد وقاعدته مربع اب مثل الجسم الذى قاعدته مربع بل
وارتفاعه لج لكن هذا الجسم الاخير مثل مكعب بل مع الجسم
الذى قاعدته مربع بل وارتفاعه بج الذى هو مثل عدد
الاموال المفروضة ونجعل الجسم الذى قاعدته مربع اب
وارتفاعه بد الذى علمناه مثل العدد المفروض مشتركا
فيكون مكعب بل مع عدد امواله المفروض ومع العدد
المفروض مثل الجسم الذى قاعدته مربع اب وارتفاعه
بل الذى هو مثل عدة اضلاع مكعب بل المفروضة
وذالك المراد فقد تبين ان هذا الصنف له اختلاف
وقوعات وربما يوجد في مسائله ضلعان لمكعبين و
ربما يقع فيها اعنى في مسائله مستحيل وقد تخرج بخواص قطعين

زايدين

زايدين وذالك ما اردنا ان نبين

الصنف الثالث من الاصناف



الاربعة الرباعية هو مكعب

واضلاع واعداد تعدل

اموالا فنفرض خط بد لعدة

الاموال المفروضة و بج ضلع مربع مساو لعدة الاضلاع

ويكون عمودا على به ونعمل مجسما قاعدته مربع بج ويكون

مساويا للعدد المفروض وليكن ارتفاعه اب و على استقامة

به ونعمل على اه نصف دائرة ازه فنقطة ج اما ان

تقع داخل الدائرة او على محيطها او خارجا منها فلتقع

اولا داخل الدائرة على ز ونتمم سطح اج ونعمل على زج

سطحا مساويا لسطح اج وهو حج فيكون نقطة ح معلومة

الوضع لان سطح حج معلوم القدر وزاوية ايضا معلومة

القدر وخط زج معلوم الوضع والقدر وهي اما ان تقع

داخل الدائرة او على محيطها او خارجا منها فلتقع اولا داخل

الدائرة ولنعمل على نقطة ح قطعا زايدا لا يلقاه ز ج م

فهو يقطع الدائرة على نقطتين باضطرار في هذا الوضع فليقطعها

على نقطتي ل ن فتكونان معلومتي الوضع ونخرج منها

عمودي كك نف على ا ا ومن نقطة ل عمود لط على بز

فسطح لج مثل سطح ح وج مثل جا ونجعل جك مشتركا

يكون دك مثل طك نا فاضلاعهما متكافية وكذلك

مربعات اضلاعهما لكن نسبة مربع لك الى مربع كا كنسبة

هك الى كا للدائرة فليزم ان يكون نسبة مربع بج الى

مربع بك كنسبة هك الى كا فالمجسم الذي قاعدته مربع

بج وارتفاعه كا مثل المجسم الذي قاعدته مربع بك و

ارتفاعه كه لكن المجسم الاول مثل عدة اضلاع مكعب

بك المفروضة ومثل العدد المفروض ونجعل مكعب

بك مشتركا فيكون المجسم الذي قاعدته مربع بك وارتفاعه

بز الذي هو

به الذى هو مثل عدة اموال مكعب بك المفروضة مثل
مكعب بك مع عدة اضلاع ه المفروضة ومع العدد المفروض
وكذالك يكون مكعب بف لهذا البرهان هذا اذا وقع نقطتا
جح داخل الدايرة فان وقع ح خارج الدايرة ولنعمل
القطع فربما القى الدايرة بالتماس او بالتقاطع هذا
النوع من هذا الصنف هو الذى ذكره ابو الجود فى استخراج
المسئلة التى سنذكرها ويؤول الامر الى ما قلنا وان
لم يلق القطع الدايرة فلا نزال نعمل السطح على خط اقصر
من زج او اطول منه فى الوقوع الاخر فان لم يلق
القطع الدايرة فالمسئلة مستحيلة ويكون البرهان على
استحالتها بعكس ما ذكرناه وان وقع ج على المحيط او
خارج الدايرة نخرج جز على استقامة ولنعمل سطحا احدى
زاوياه تكون على ج ويكون بحيث لو عمل على الزاوية
المقابلة لزاوية ج قطع بالصفة المذكورة يلقى الدايرة

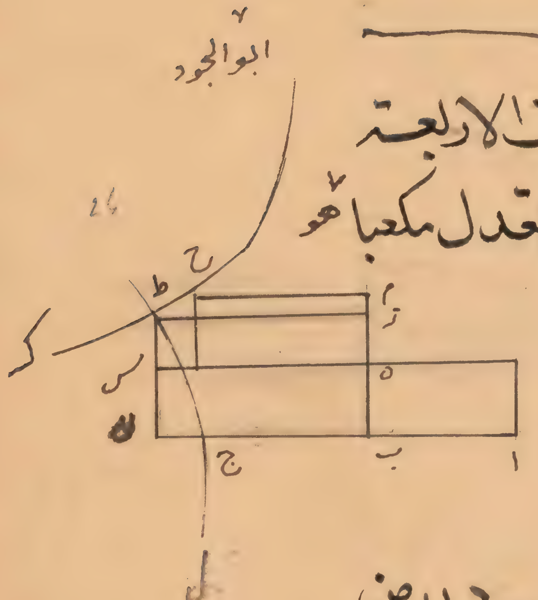
بالتماس او بالتقاطع وذلك ليعلم بقليل استقراء مع جزء
من القياس السهل تركته لكي يحصل للناظرين في
رسالتي هذه الارتياض فان من لا يمكنه هذا القدر
من الاستنباط لا يتحقق من هذه الرسالة شيئا اذ هذه
الرسالة مبنية على الكتب الثلاثة التي ذكرناها و
نبرهن على استحالة المستحيل منها بعكس البرهان
الذي ذكرناه على الممكن وذلك ان ضلع المكعب يجب
ان يكون اقصر من هب الذي هو عدة الاموال ***
المفروضة لانه ان كان مساويا لعدة الاموال **
المفروضة يكون ذلك المكعب مساويا لعدة
اموال المفروضة فاضلا عن الزيادة شيء آخر
عليه من العدد او من اضلاع فان كان ضلع
المكعب اعظم من عدة الاموال المفروضة كان المكعب
نفسه اعظم من عدة اموال المفروضة فضلا عن

زيادة شيء آخر

زيادة شيء آخر عليه فبين انه يجب ان يكون اقصر منه فنفصل
مثله من به وليكن بف ونخرج من ف عمودا الى المحيط الدائرة
ونعكس البرهان الذي ذكرناه فبين ان راس العمود يكون
على محيط القطع الذي قيل انه لا يمكن ان يلقى الدائرة وذلك
محال ولاجل انا نظن ان هذا الاستقراء ربما يكون يكون
عسرا على بعض الناظرين في هذه الرسالة فانا نطوي هذه
الجملة ونأتي بقانون مغن عن هذا الاستقراء وهو ان
نعمل سطحا على خط كيف ما اردنا يكون على استقامة
بج كيف ما وقعت ج خارجا او داخلا ويكون احدى
زاوياه على نقطة ج ويكون مساويا لسطح اج فلابد
من ان يصير اضلاعه معلومة القدر والوضع و
نعمل على الزاوية المقابلة لزاوية ج قطعا زائدا لا
يلقاه خطا زج جم وهو الخط الذي هو على عمود
نقطة ج فان لقي القطع الدائرة بالتماس او بالتقاطع

فالمسئلة ممكنة والا فهي مستحيلة والبرهان على الاستحالة ما
ذكرت وقد اضطر واحد من المهندسين الى هذا الصنف
وقد اخرجه الا انه لم يبين اختلاف وقوعاته ولم يخطر
بباله انه ربما يقع فيه مستحيل كما بيناه فاعرفه واعرف
القانون الآخر في عمل هذا الصنف وتميز الممكن من
المستحيل وهذا الصنف مزج بخواص الدائرة مع خواص
القطع الزايد وذالك ما اردنا ان نبين واما المسئلة
التي اضطرت واحدا من المتأخرين الى هذا الصنف
هي هذه عشرة قسمتها بقسمين فيكون مجموع مربعي
القسمين مع الخارج من قسمة الاعظم على الاصغر
اثنين وسبعين فوضع احد القسمين شيئا والاخر
عشرة الا شيئا كعادة الجبريين في امثال هذه القسمات
فادى العمل الى مكعب مع خمسة من العدد وثلاثة
عشر اضلاعه ونصف معادل لعشرة اموال وفي هذه المسئلة

بعينها يقع نقطة ج ح داخل الدائرة فاستخرج المسئلة
هذا الفاضل بعد ما اعيت هذه المسئلة جماعة
من فضلاء العراق ومنهم ابو سهل القوهي رحمهم الله
الا ان هذا المستخرج رضي الله عنه مع فضله وعظم
قدره في الرياضيات لم يخطر بباله هذه الاختلاف
وفي مسائل هذا الصنف ما يستحيل وهذا الفاضل
هو ابو الجود او الشني والله اعلم ———



الصنف الرابع من الاصناف الاربعة
الرباعية هو اعداد واضلاع واموال تعدل مكعبا هو
نفرض به ضلع مثل
عدة الاضلاع ونعمل
مجسما قاعدته مربع به ويكون مساويا للعدد المفروض
وليكن ارتفاعه اب عمودا على به ونفرض بج

لعدة الاموال المفروضة على استقامة اب ونتمم اه و

نخرج على استقامة به هم كيف ما كان مقداره ونعمل

على المفروض سطحا مثل اه وهو سطح هح فيكون نقطة

ح معلومة الوضع ونعمل على ح قطعا زايدا لا يلقاه

هم هس وهو حطك فيكون معلوم الوضع ونعمل قطعا

آخر زايدا راسه نقطة ج وسهمه على استقامة بج وكل

واحد من ضلعيه القايم والمايل مثل اج وهو قطع

لج ط ويكون معلوم الوضع ويقطع لا محالة قطع حطك

فليقطعه على نقطة ط فيكون ط معلومة الوضع و

نخرج منها عمودي طز طن على بج بم فيكونان معلومي

القدر والوضع وطه مثل هح الذى هو مثل ها

ونجعل هن مشتركا فيكون اس مثل طب فاضلاعهما

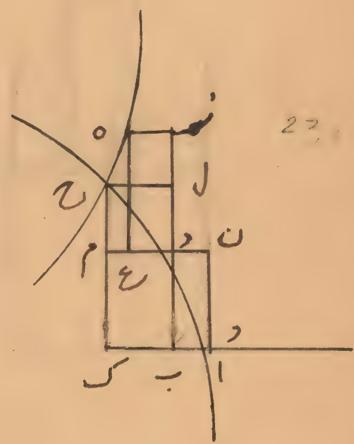
متكافية وكذلك مربعات اضلاعهما لكن نسبة

مربع طن الى مربع ان كنسبة بخ الى ان كما بيناه

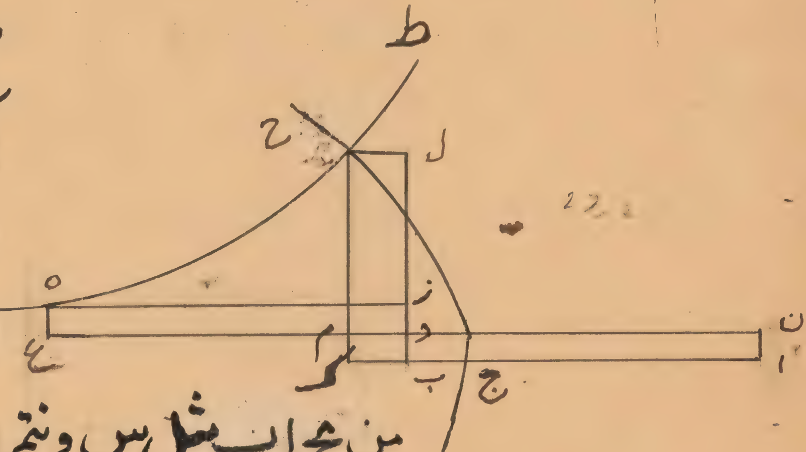
موارد الكمان

مرار المكان قطع لجط فنسبة مربع به الى مربع بن كنسبة
بح الى نا فالمجسم الذى قاعدته مربع به وارتفاعه ان مثل
المجسم الذى قاعدته مربع بن وارتفاعه جن لكن
الاول مساو للمجسم الذى يحيط به مربع به وارتفاعه
اب الذى علمناه مساويا للعدد مع المجسم الذى قاعدته
مربع به وارتفاعه بن الذى هو مثل عدة اضلاع مكعب
بن المفروضة فنجعل المجسم الذى قاعدته مربع بن وارتفاعه
بج الذى هو مثل عدة الاموال المفروضة لمكعب بن
مشتركا فيلزم ان يكون مكعب بن مثل عدة
اموالة المفروضة مع عدة اضلاعه المفروضة ومع
العدد المفروض وذلك ما اردنا ان نبين وليس
لهذا الصنف اختلاف وقوع ولا فى مسايلته ما يستحيل
واذ قد أتينا على الاصناف الاربعة الرباعية
فلنقل على الاصناف الثلاثة التى كل واحد منها

مركب من اثنين يعادلان اثنين الصنف الاول من
الاصناف الثلاثة الرباعية الباقية هو مكعب واموال
تعدل اضلاعها وعددا نضع بد ضلع مربع مساو
لعدة الاضلاع وجب لعدة الاموال المفروضة و



هو عمود على بد ونعمل مجسما قاعدته مربع بد و
يكون مساويا للعدد المفروض وليكن ارتفاعه
س فخط س اما ان



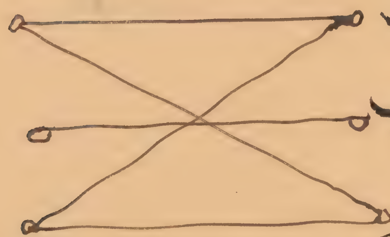
يكون اعظم من بج واصغر
منه او مساويا له فليكن
اولا اصغر منه ونفصل
من بج اب مثل س ونتمم اد ونفرض دز على
استقامته بلا كيف ما وقع ونعمل على دز سطحا
مثل اد وهو هل فيكون ه معلومة الوضع واضلاع
سطح هد كلها معلومة الوضع والقدر ونعمل على ه

قطعا زائدا

قطعا زايدا لا يلقاه زد دع وهو قطع هح فيكون هح معلوم
الوضع ولنعمل قطعا آخر زايدا راسه نقطة ا وسهمه اب و
كل واحد من ضلعيه القايم والمايل مثل اح وهو قطع
احط فهو لقيطع القطع الآخر باضطرار فليقطعه على
ح فيكون ح معلومة الوضع ونخرج منها عمودي حك
حل فيكونان معلومي الوضع والقدر وسطح حد مثل
هد الذي هو مثل اد ودك مشترك فسطح حب
مثل ام ويكون اضلاعهما متكافية وكذالك مربعات
اضلاعهما لكن نسبة مربع حك الى مربع كا كنسبة
حك الى اك لمكان قطع احط كما بيناه مرارا
فيكون نسبة مربع بد الى مربع كب كنسبة حك الى
اك فالمجسم الذي قاعدته مربع بد وارتفاعه اك
مثل المجسم الذي قاعدته مربع بك وارتفاعه حك لكن
هذا المجسم الاخير مثل مكعب بك مع مجسم الذي

قاعدته مربع بك وارتفاعه بج الذي هو عدة الاموال
المفروضة والمجسم الاول مساو للمجسم الذي قاعدته
مربع بد وارتفاعه اب الذي علمناه مثل العدد المفروض
مع المجسم الذي قاعدته مربع بد وارتفاعه بك الذي هو عدة
اضلاع مكعب بك المفروضة فمكعب بك مع عدة
امواله المفروضة مثل العدد المفروض مع عدة اضلاعه
المفروضة وذالك المراد واذا كان س مثل بج فان
بد هو ضلع المكعب المطلوب برهانه ان المجسم
الذي قاعدته مربع بد وارتفاعه ايضاً بد الذي هو
عدة اضلاع مكعب بد مساو للمكعب والمجسم الذي قاعدته
مربع بد وارتفاعه بج الذي هو عدة اموال مكعب
بد المفروضة مساو للمجسم الذي قاعدته مربع بد و
ارتفاعه س الذي هو العدد المفروض فيكون مكعب
بد مع عدة امواله المفروضة مساو للعدد المفروض

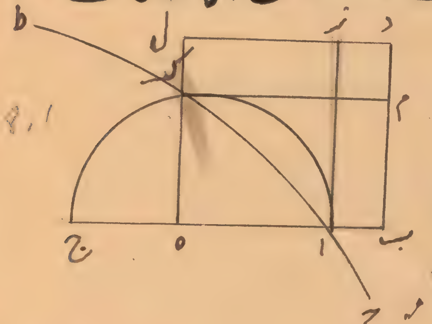
مع عدة اضلاعه المفروضة وذلك المراد وذلك المراد
ومعلوم ان مكعب بد في هذا الوقوع مع العدد المفروض
مسا ولعدة امواله المفروضة مع عدة اضلاعه المفروضة
فقد داخل هذا الصنف



الصنف الثالث وهو مكعب
واعداد تعدل اموالا و
اضلاعا وان كان س اعظم من بج فانا نجعل اب
مثل س ونعمل القطع الثاني على نقطة ج وكل واحد
من ضلعيه مثل اج وهو باضطرار يقطع القطع
الآخر ويكون ضلعا المكعب ايضا بك وباقي
العمل و البرهان شبيه بما تقدم الا ان نسبة مربع
هك الى مربع كا كنسبة اك الى كج فقد تبين ان
لهذا الصنف اختلاف وقوعات وانواع واحد الواقعة
يداخل الصنف الثالث وليس في مسايلة مستحيل

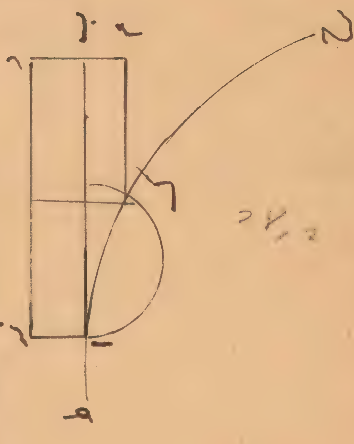
وقد خرج بخواص قطعين زايدين

الصنف الثاني من الاصناف الثلاثة



الرباعية الباقية هو
مكعب و اضلاع
تعدل اموالا واعداد

نضع بج لعدة الاموال المفروضة وبد ضلع مربع مثل
عدة الاضلاع عمودا على بج ونعمل مجسما مساويا للعدد
المفروض ويكون قاعدته مربع بد وليكن ارتفاعه س
فخط س اما ان يكون اصغر من بج او مثله او اعظم منه فليكن
اولا اصغر منه ونفصل من بج با مثل س ونتمم اد ونعمل
على قطر اج دائرة اكج فتكون معلومة الوضع ونعمل على نقطة
ا قطعاً زايداً لا يلقاه بد دز وهو قطع حاط ويكون
معلوم الوضع وحاط يقطع اذن التماس للدائرة فهو يقطع
الدائرة لانه لو وقع بينها وبين اذن امكننا ان نخرج



من نقطة

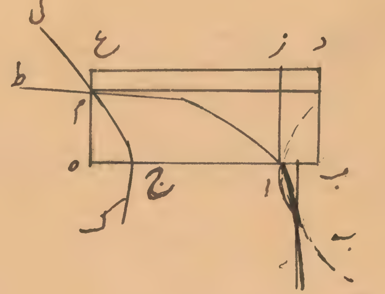
من نقطة اخط يماس القطع كما بينه ابلونيوس في شكل
سا من مقالة ب فذلك الخط اما ان يقع بين اح
والدائرة وذلك محال واما ان يقع خارجا اح فيكون
اح خطا مستقيما واقعا بين القطع وبين ذلك الخط
المماس وذلك محال فليس يقع قطع طاح بين
الدائرة وبين اح فهو اذن يقطعها ويقطعها باضطرار
على نقطة اخرى فليقطعها على ك فيكون ك معلومة
الوضع ونخرج منها عمودي كم كه على ج بد فيكونا ن
معلومي الوضع والقدر كما عرفته ونتمم سطح كد فسطح
اد مثل سطح كد ونلقي من المشترك ونجعل اك
مشتركا فيكون بك مثل ال فاضلاعهما متكافئة و
كذلك مربعات اضلاعهما لكن نسبة مربع كه الى مربع
ها كنسبة هج الى ها فيكون نسبة مربع ا بك الى مربع به كنسبة
هج الى ها فالمجسم الذي قاعدته مربع بد وارتفاعه ها مثل

المجسم الذي قاعدته مربع به وارتفاعه بج ونجعل مكعب به
مشتركا فيكون المجسم الذي قاعدته مربع به وارتفاعه
بج مثل مكعب به مع المجسم الذي قاعدته مربع بد وارتفاعه
ها لكن المجسم الاول مثل عدة اموال مكعب به المفروضة
ونجعل المجسم الذي قاعدته مربع بد وارتفاعه بالذي علمناه
مساويا للعدد المفروض مشتركا فيكون مكعب به
مع المجسم الذي قاعدته مربع بد وارتفاعه به الذي هو عدة
اضلاع مكعب به المفروضة مثل عدة اموال المفروضة
مع العدد المفروض وذالك المراد ان كان س
مثل بج فان بج هو ضلع المكعب المطلوب برهانه
ان مكعب بج مثل عدة اموال المفروضة والمجسم الذي
ارتفاعه بج وقاعدته مربع بد هو مثل العدد المفروض
وهو ايضا مثل عدة اضلاع مكعب بج المفروضة فمكعب
بج مع عدة اضلاعه المفروضه مساو لعدة اموال المفروضة

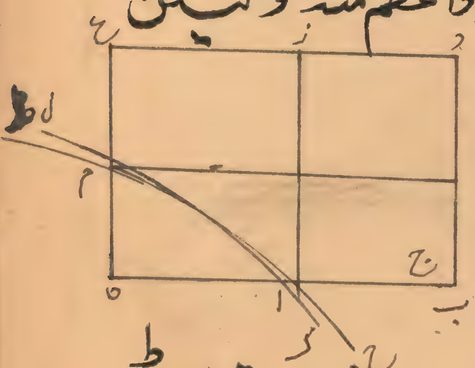
مع العدد المفروض وكذالك هذا النوع يداخل الصنف
الثالث لان عدة اضلاع مكعب بج المفروضة هو مثل
العدد المفروض فيكون مكعب بج مع العدد المفروض
مساويا لعدة اموال المفروضة مع عدة اضلاع المفروضة
وان كان س اعظم من بج فانا نجعل با مثل س و
نعمل الدايرة على قطر اج والقطع على نقطة القطع
الدايرة على ك كما بيناه ونخرج من نقطة ك عمودي
كه كم كما فعلناه في شكل المتقدم فيكون هب هو ضلع
المكعب المطلوب والبرهان عليه كما تقدم نلقي سطح
هذا المشترك فيكون اضلاع هم هز متكافية و
كذالك مربعاتها فيكون البرهان بعينه كما تقدم
لا يتغير منه شئ فقد تبين ان لهذا الصنف اختلاف
وتنوعات وانواع ونوع منها يداخل الصنف الثالث
وليس في مسايله مستحيل وقد خرج بخواص الدايرة و

وقطع زائد

الصنف الثالث من الاصناف الثلاثة



الرباعية الباقية هو مكعب واعداد تعدل اضلاعا واموالا نفرض بج لعدة الاموال وبد عمودا عليه وهو ضلع مربع مساو لعدة الجذور ونعمل مجسما قاعدته مربع بد ويكون مساويا للعدد المفروض وليكن ارتفاعه س فخط س اما ان يكون اصغر من بج او مثله او اعظم منه وليكن



اولا اصغر منه ونفصل من بج با مثل س ونتمم بز ونعمل على نقطة ا قطعا زائدا لا يلقاه بد دز وهو قطع حاط ونعمل قطعا آخر زائدا رأسه نقطة ج وسهمه على استقامة

بح وكلو احد من ضلعيه القايم والمايل مثل اج فهو لامحالة

يقطع القطع الآخر وهو كجل فليتقاطع قطع كجل وقطع

حاط على نقطة م فيكون نقطة م معلومة الوضع لان

القطعين معلوما الوضع ونخرج منها عمودي من همع

فيكونان معلومي الوضع والقدر فسطح دا مثل سطح

دم ويكون نه مثل ره على ما بيناه مرارا فاضلا

مكافية وكذالك مربعات اضلاعهما لكن نسبة

مربع مه الى مربع ها كنسبة جه الى ها لقطع كجل

فيكون نسبة مربع بدالى مربع به كنسبة جه الى ها فالمجسم

الذي قاعدته مربع بد وارتفاعه ها مثل المجسم الذي قاعدته

مربع به وارتفاعه جه ونجعل المجسم الذي قاعدته مربع

به وارتفاعه بج الذي هو عدة اموال مكعبيه مشتركا

فمكعب به مثل عدة امواله المفروضة مع المجسم الذي

قاعدته مربع بد وارتفاعه ها ونجعل المجسم الذي

ارتفاعه با وقاعدته مربع بد الذي عملناه مساويا للعدد المفروض
مشتركا فيكون المجسم الذي قاعدته مربع بد وارتفاعه با الذي
هو مثل عدة اضلاع مكعب المفروضة مع عدة اموال
مكعب المفروضة مساويا لمكعب به مع العدد المفروض
وان كان س مثل بج فان بج هو ضلع المكعب برهانه
ان مكعب بج مثل عدة امواله المفروضة والعدد
المفروض يكون مساويا لعدة اضلاع مكعب بج المفروضة
فمكعب بج مع العدد المفروض مثل عدة امواله المفروضة
مع عدة اضلاعه المفروضة وذلك المراد ويكون ايضا
مكعب بج مع عدة اضلاعه المفروضة مثل عدة امواله
المفروضة مع العدد المفروض

فقد داخل هذا النوع الصنف
الثاني وان كان س اعظم من
بج فانا نجعل با مثل س ونتمم السطح ونحمل القطع الاول على

او الثاني الصا...

او الثاني الصنف على او هما متقاطعان فان التقيا مرة ثانية
اما بالتماس فعلى نقطة واحدة واما بالتقاطع فعلى نقطتين
كما هو معروف من مقالة د من كتاب المخروطات فالمسئلة
ممكنة والا فهي مستحيلة فان تقاطعا فنخرج من نقطتي التقاطع
عمودين لفصل ضلعين لمكعبين و البرهان عليه تقدم
لا يتغير منه شي فتبين ان لهذا الصنف انواعا و
بعضها مستحيل وقد خرج بخواص قطعين زايدين
وتبين ان هذه الثلاثة الاصناف الرباعية متداخلة
اي يوجد نوع من الاول يكون هو بعينه نوعا من
الثاني ويوجد نوع من الثاني هو نوع من الثالث
ويوجد نوع من الثالث هو بعينه نوع من الثاني كما بينا
واذ قد اتينا على الاصناف الخمسة و
العشرين من مقدمات الجبر والمقابلة واستوفيناها
حق الاستيفاء وحصلنا انواع كل صنف منها و

واعطينا القانون في معرفة الممكن من المستحيل في مسايل ما
يقع فيه المستحيلات وبينا اكثرها لا يقع فيه المستحيلات
فلنقل على اجزائها

جزء الشيء هو عدد نسبته الى الواحد كنسبة الواحد
الى ذلك الشيء فان كان الشيء ثلاثة كان جزءوه ثلثا
وان كان الشيء ثلثا كان جزءوه ثلاثة كان جزءوه
ثلثا وان كان الشيء ثلثا كان جزءوه ثلاثة وكذلك
ان كان اربعة كان جزءوه ربعا وان كان ربعا كان
جزءوه اربعة وبالجملة فان جزء كل عدد هو جزء السمي لذلك
العدد كالثلث من الثلاثة ان كان العدد صحيحا والثلاثة
من الثلث ان كان العدد كسورا وكذلك جزء المال هو
الجزء المسمى لعدده صحيحا كان او كسورا وكذلك جزء الكعب
ولكي يكون اظهر للحس فانا نضعها في لوح .

جزء الكعب

جزء الكعب	جزء المال	جزء الجذر
١	١	١
٨	٤	٢

الواحد	الجذر	المال	الكعب
١	٢	٤	٨

فنسبة جزء الكعب الى جزء المال كنسبة جزء المال الى جزء الجذر
وكنسبة جزء الجذر الى الواحد وكنسبة الواحد الى الجذر وكنسبة
الجذر الى المال وكنسبة المال الى الكعب فهذه سبع مراتب
متوالية على نسبة واحدة وسنتكلم في معادلاتها لا غير و
اما جزء مال المال وجزء مال الكعب وجزء كعب الكعب بالغاً
ما بلغ يكون ايضاً متناسبة ولا حاجة لنا في ذكرها
اذ لا سبيل الى استنباطها واعلم انك ان اخذت
الثمن الذي هو جزء الكعب كعباً فيكون جذره ثمانية الذي
هو الكعب بالعكس فقس عليه سائره فجزء الكعب وجزء المال
وجزء الجذر والواحد هذه الاربعة تكون في حكم الكعب

والمال والجذر والواحد مثاله اذا قيل جزؤ مال يعدل
نصف جزء جذر فكانه قيل مال يعدل نصف جذره
فالمال يكون ربعا وهو جزء المال فالمال المطلوب يكون
اربعة وجزؤه الربع وجزؤ جذره النصف وعلى
هذا القياس في مفرداته واما في المركبات اذا قيل
جزء مال وجزءا جذر يعدل واحدا وربعا فكانه
قيل مال وجذران يعدل واحدا وربعا فبالطريق
الذي بيناه نخرج الجذر نصفا والمال ربعا الا انه بموجب
السؤال جزء مال وجزءا جذر فيكون الربع الذي هو المال
الاول جزء المال المطلوب فيكون المال المطلوب اربعة
وكذلك في الرباعيات اذا قيل جزء كعب وثلاثة اجزاء
مال وخمسة اجزاء جذر يعدل ثلاثة وثلاثة اثمان و
كانه قيل كعب وثلاثة اموال وخمسة اجذار يعدل ثلاثة
وثلاثة اثمان فبالطريق الذي بيناه بالقطوع المخروطية

تبين ضلع الكعب

تباين ضلع الكعب فيكون هو جزء الجذر المطلوب
فنجعل نسبة الى الواحد المفروض كنسبة الواحد المفروض الى
خط آخر فيكون ذالك الخط هو ضلع المكعب المطلوب فقد
لاح انه يكون خمسة وعشرون صنفا اخرى من هذه
المعادلات بين هذه الاربعة متناسبة للخمسة والعشرين
صنفا المتقدمة

واما ضرب بعضها في بعض فمعلوم ظاهر من
كتب الجبريين وانت يمكنك ان تتفطن له ولا
نطول به القول واما معادلة هذه الاربعة بالاربعة
المتقدمة فكما ابين اذا قيل كعب يعدل عشرة اجزاء
كعب في عشرة اجزاء نفسه فالكعب هو الاول من المراتب
السبع واجزاء الكعب هو السابع منها فاضرب
احدهما في الآخر وخذ جذر المجتمع فما خرج فهو
الواسط اعنى الرابع وهو المكعب المطلوب وتفصيل

هذا الكلام ان كل عدد اذا ضرب في جزءه المسمى له خرج

الواحد وان ضرب في جزئيه خرج اثنان وان ضرب في عشرة

اجزائه يخرج عشرة من العدد فكانه قيل في مسئلتنا اي

كعب اذا ضرب في مثله كان عشرة فجذره هو المكعب المطلوب ثم

استخراج ضلع ذالك المكعب هو على ما بيناه بالقطوع

المخروطية وكذلك اذا قيل اي مال يعدل ستة عشر

جزءا من اجزائه المسمية له فاضرب الواحد في ستة عشر

وخذ جذر المبلغ وهو اربعة فيكون هو المال المطلوب

فكانه قيل اي مال ضربته في مثله يكون ستة عشر

على القياس المتقدم وكذلك اذا قيل اي جذر يعدل

اربعة اجزائه فكانه قيل اي عدد اذا ضربته في مثله

حصل اربعة وهو اثنان واما اذا قيل اي مال يعدل

عدة اجزاء مكعب ضلعه فان استخراج ذلك لا يمكن

بالطرق التي بيناها اذ هو محتاج الى ايراد اربعة

خطوط بين

خطوط بين ليتوالى الستة على نسبة واحدة وذالك قد
بيناه ابو علي ابن الهيثم رحمة الله تعالى الا انه صعب جدا
لا يمكن ان يلحق بكتابنا هذا وكذلك ان قيل اى
مكعب يعدل عدة اجزاء مال ضلعيه يحتاج الى المقدمة
المذكورة فلا يمكن استخراجها بطرقنا وبالجملة فان ضرب
الاول في السادس من هذه السبع المراتب يحتاج الى
ايراد اربعة خطوط بين خطين ليتوالى الستة على
نسبة واحدة كما بينه ابو علي ابن الهيثم رحمة الله تعالى
واما اذا قيل اى مكعب يعدل ستة عشر جزء ضلعه
فيضرب الاول في الخامس فيكون جذر جذر المبلغ
هو ضلع المكعب المطلوب وعلى هذا القياس كل ما يعادل
من هذه السبع المراتب خامسه في النسبة واما في المركبات
مثل جذر يعدل واحد وجزئ جذره فهو في
قوة مال يعدل جذرا واثنين من العدد لان هذه

الثلاثة مناسبة للثلاثة المذكورة فنستخرجه بالطريقة المذكورة

تخرج المال اربعة وهو يعدل جذره مع اثنين من العدد

فجذره هذا هو المطلوب وجذره اثنان وهو يعدل

واحدا مع جزئ جذره وكذلك ان قيل مال وجذره

يعدل واحدا وجزئ جذره يكون في قوة كعب ومالان

يعدل جذرا واثنين فنستخرج ضلع المكعب كما بيناه

بالقطوع المخروطية فيكون مربع ذالك الضلع هو المال

المطلوب وكذلك ان قيل جذر واثنان من العدد وعشرة

اجزاء جذر يعدل عشرين جزء مال فيكون في قوة كعب ومالان

وعشرة اجذار يعدل عشرين عددا فنستخرج ضلع المكعب بالطريق

المخروطي فيكون هو الجذر المطلوب وبالجملة فكل اربع مراتب

متوالية من هذه المراتب السبع يكون حكمها في حكم الاصناف

الخمسة والعشرين المذكورة فاذا تعدى الى خمس مراتب او

ست مراتب او سبع مراتب فان ذالك لا يمكن ان يستخرج

يبقى من الوجود

بوجه من الوجوه مثاله اذا قيل مال وجذران يعدل اثنين
من العدد وجزئ مال فان هذا لا يمكن ان يستخرج لان
المال هو الثاني وجزء المال هو السادس فقد تعدى
الى خمس مراتب فقس عليه سايره

فجميع الاصناف المفردة بين هذه السبع
المراتب احد وعشرين منها اثنان لا يمكن ان يستخرج
بطريقنا بل يحتاج فيها الى مقدمة ابن الهيثم فيبقى
تسعة عشر صنفا يستخرج بطريقنا بعضها بخواص الدائرة
وبعضها بخواص القطوع وجميع المركبات الثلاثية
المتوالية خمسة وعشرة يستخرج بخواص الدائرة وجميع
المركبات الثلاثية في كل اربع متوالية اربعة وعشرين
ويستخرج بخواص القطوع وجميع المركبات الرباعية بين كل
اربع مراتب متوالية ثمانية وعشرين ويستخرج بخواص
القطوع فجميع الاصناف الواقعة بين هذه السبع المراتب التي

يمكن استخراجها بالطرق التي بيناها ستة وثمانين لم يذكر
في كتب المتقدمين منها الا ستة اصناف فمن وقف
على هذه المقدمات المذكورة واتفق له مع ذالك
قوة في الطبع ودربة في المسائل لم يكد يخفى عليه من
المسائل المعتاصة على المتقدمين شيئ فقد حان
لنا ان نختم هذه الرسالة حامدين لله تعالى ومصلين
على انبيائه اجمعين ؛

هذا وقد حكى بعض من شد اشيائه من
من الهندسة بعد تاليفي هذه الرسالة بخمس سنين
ان لابي الجود محمد بن الليث المهندس رحمه الله تعالى
كلاما في تعديد هذه الاصناف وتحليل اكثرها
الى القطوع المخروطية من غير استيفاء جميع انواعها و
تميز الممكن من المستحيل بل بحسب ما تادى به النظر في
المسائل الجزئية اليها فلم استبعد ذالك لان هذين

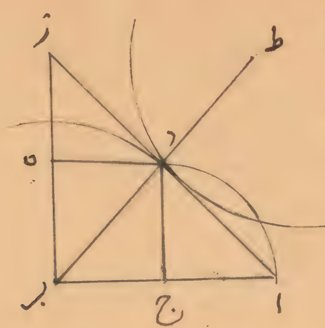
الصنفين

الصنيفين اللذين نسبتهما الى واحد ممن تقدمنا منسوبان اليه
وقد تصفحتهما في جملة تصنيفات ابي الجود بخط الحازمي الخوارزمي
واحدهما من الثلاثيات وهو مكعب وعدد يعدل اموالا
وله انواع ولانواعه شرايط كما هو مذكور في هذه الرسالة
ولم يستوف شرايطها ثم ابطل في حكمه الضافي هذا
الصنف بقوله ان كان ضلع المكعب المساوي للعدد
اعظم من نصف عدة الاموال استحالت المسألة وليس ذلك
كذلك كما بيناه وذلك بسبب انه لم يتفطن لتماس
القطعين او لتقاطعهما في ذلك الجانب الاخر
والثاني من الرباعيات وهو مكعب وعدد واضلاع تعدل
اموالا فلعمري انه قد احسن في الوقوف على هذه المسألة
بعد ما اعيت جماعة من المهندسين لكنه مسألة جزئية
وللصنف انواع وشرايط فان في مسايله ما يستحيل فلم
يستوفها حق الاستيفاء وانما ذكرت هذا ليقابل من

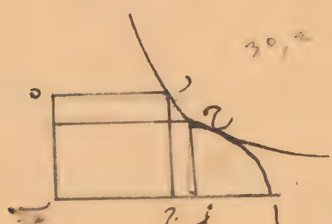
لصيل اليه الرسالتان ان كان ما حكى لى من حال هذا
الفاضل حقا بين رسالتى هذه والمنسوبة الى هذا
الفاضل فانى ظن لم آل جهدا فى الاستيفاء مع الا
نجاز وتجنب التطويل المبرم ولو شئت لاتيت بمثال
لكل واحد من هذه الاصناف وانواعها لكنى خشيت
التطويل فاقتصرت على هذه القوانين الكلية تعويلا
على ذهن المتعلم لان من يكون ذهنه بحيث يتصور
هذه الرسالة لا يقصر عما يرومه من الامثلة الجزئية
واستقرائها والله الموفق للصواب وعليه المعول فى
كل حال المعول فى كل حال

وبعد فان واحدا من اصحابنا اقترح علينا
ان نبين خطأ ابى الجود محمد بن الليث فى الصنف
الخامس من الاصناف الستة الثلاثية التى تنحل
بالقطوع وهو مكعب وعدد يعدل اموالا قال ابو الجود

نضع عدة الاموال



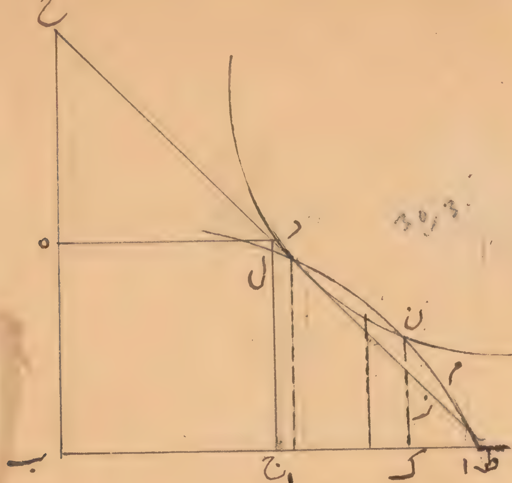
نضع عدة الاموال
خط اب ونفصل منه
ضلع مكعب مساو للعدد وهو بج فخط بج اما ان يكون
مثل جا او اعظم منه



او اصغر قال اذا
كان مثل بج فانا
نتمم سطح جه ونعمل على د قطعا زايدا لا يلقاه
اب به ونعمل قطعا مكافيا راسه نقطة ا وسهمه
اب وضلع القايم بج فيمر القطع لا محالة على نقطة د
كما بيناه ثم زعم ان القطعين يتماسات على نقطة
د واخطأ لانه يجب ان يكونا متقاطعين برهانه
انا نجعل بز مثل با ونصل از فهو يمر على د لا محالة
ويكون في داخل القطع المكافي ويكون زاوية
ادب قايمة وزاوية ابد مثل زاوية زبد ومعلوم

ان سهم القطع الزايد يقسم الزاوية المحيطة بالقطع ...
بنصفين فيجب ان يكون خط بد ط سهم القطع الزايد
الذي على د وخط ادموازٍ لخطوط الترتيب فهو يماس
القطع الزايد فيلزم ان يكون المكافي قاطعا للزايد لا يجوز
ان يكون بينه وبين الخط المماس له لانه لو كان مماسا
له لكانت الخطوط الخارجة من نقطة د الى اية نقطة
فرضت على محيط اد واقعة بين القطع وبين الخط المماس
له لا وذلك محال فباضطرار ان يكون المكافي يقطع
الزايد على نقطة اخرى فيما بين اد وذلك ما اردنا
ان نبين فهذا وجه خطأ هذا الفاضل في قوله ان القطعين
يجب ان يكونا متماسين على د واما قوله اذا كان بج اعظم من
جا فان المسئلة مستحيلة وذلك لان القطعين لا
يتلاقيان كلام باطل بل يجوز ان يتلاقيا بالتقاطع او
بالتماس على نقطة او نقطتين فيما بين اد كما بيناه

هناك



هناك وعليه برهان اعم مما ذكرنا

فليكن عدة الاموال

اب د ضلع المكعب

بج وهو اعظم من نصف اب ونتمم جه ونعمل القطعين

كما قد عرفته وليكن اب عشرة و زب ستة فيكون

ضرب مربعه في زا مائة واربعة واربعين وهو العدد

وضلعه بج ولا محالة ان بج اعظم من خمسة لان مكعب خمسة

مائة وخمسة وعشرين فالمجسم الذي قاعدته مربع زب

وارتفاعه زا مثل مكعب بج فقاعدتاهما اذن ....

متكافيتان لارتفاعيهما اعني يكون نسبة مربع زب الى

مربع بج كنسبة بج الى زا ونخرج من ز عمود الى القطع القطع

الزايد على نقطة ح ونتمم حب فسطح حب مثل جه فاضلاعهما

متكافية اعني نسبة زب الى بج كنسبة بج الى زح فيكون

نسبة مربع زب الى مربع بج كنسبة زب الى زح وقد

كانت تلك النسبة مثل نسبة بج الى از فنسبة زب الى ازج
كنسبة بج الى از زاويا بالتبديل كذلك فالخطوط الاربعة متوالية
في زب بج زح زا فيكون مربع زح مثل ضرب بج في زا و
بج هو الضلع القائم للقطع المكافى الذي سهمه اب و راسه
ا فيكون زح من خطوط الترتيب فنقطة ح اذن على محيط
المكافى لا محالة وقد كانت على محيط الزايد فهما اذن متلاقيان
فقد ظهر خطأ ابي الجود في قوله ان
القطعين لا يتلاقيان وذلك
المراد ولكي يكون اظهر فانا
نضع اب ثمانين وبج الذي
هو ضلع المكعب المساوى للعدد احدا واربعين وهو
اعظم من اج فنقطة د تقع من خارج القطع المكافى
فليمر المكافى على ل فيكون خط لج جذر الف وخمس
مائة وتسعة وتسعين وهو اربعون الا شيا يسيرا و

بجعل طح مثل حب و بج مثل لط و نصل طح فهو يماس القطع

الزايد كما بيناه و نفصل الك ربع اج و نخرج منه عمودا

يقطع القطع على نقطة م فيكون نسبة مربع لج الى مربع كم كنسبة

اج الى الك لانهما خطان من خطوط ترتيب المكانى و

قد بينه ابلونيوس في شكل لط من مقالة آ فيكون كم

نصف لج وهو عشرون لا اشيا يسيرا و جط احد و اربعين

و الك تسعة و ثلاثة ارباع و اط اثنان فيكون خط كن احد

عشر و ثلاثة ارباع لان نسبة كن الى كط كنسبة حب الى

بط وهما متساويان فخط نم يكون اعظم من ثمانية و

هو في داخل الخط المماس للزايد فهو في هذا الوضع يكون

في داخل القطع الزايد لا محالة نعم قد يكون القطعان

غير متلاقيين اذا كان بج اعظم من جا لكن ذلك

غير واجب في جميع الانواع فقد بطل الوجود في هذا الحكم

فافهم و لو اردت ان تجد مثلة عددية لامكنك في ذلك

وهذه المسئلة هي اضافة مجسم الى خط مفروض ينقص عن

تمامه مكعبا و يكون مساويا للمجسم آخر مفروض فان كان

ضلع المكعب المساوي للمجسم المساوي مثل نصف الخط او

اصغر فان ذلك واجب وان كان اعظم فانه يمكن ان

يقع فيه ما يستحيل بحسب ما بيناه لك والله الميسر لحل هذه

العويصات بمنه وكرمه

تمت رسالة عمر خيام بعون الخالق الليل و

الايام في يوم الثاني ثلاثة عشر من شهر ربيع الاول

الآتي سنة [illegible]

من هجرة المقدس النبوي على صاحبها الف تحيات

كتبه العبد [illegible]

[illegible]

Mentan [illegible] 23rd of Rabi-ul-awal
1312 [illegible]

[illegible]